ESCOLA UNIVERSITÀRIA POLITECNICA
DE VILANOVA I LA GELTRU

UPC
ESCOLA UNIVERSITÀRIA POLITÈCNICA DE VILANOVA I LA GELTRÚ

PRÀCTICA 1

AMPLIFICADORS OPERACIONALS DE TRANSCONDUCTÀNCIA (OTA)

CURS 96/97

DEPARTAMENT D'ENGINYERIA ELECTRÒNICA
INSTRUMENTACIÓ I MESURES ELECTRÒNIQUES

UPC

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

U P C
ESCOLA UNIVERSITÀRIA POLITÈCNICA DE VILANOVA I LA GELTRÚ

PRÀCTICA 5

APLICACIONS DE CIRCUITS NO LINEALS A LA INSTRUMENTACIÓ

CURS 96/97

DEPARTAMENT D'ENGINYERIA ELECTRÒNICA

INSTRUMENTACIÓ I MESURES ELECTRÒNIQUES

5 Aplicacions de circuits no lineals a la instrumentació

5.1 Introducció

A la pràctica 4 es va analitzar amb detall el funcionament i les característiques del multiplicador analògic. Un mòdul no lineal que permet, després de realitzar els ajustos dels desplaçaments en DC i del guany, la realització del producte de dos senyals analògics. A més, configurat en el llaç de realimentació d'un AO permet obtenir també un divisor analògic i un mòdul d'arrel quadrada.

En aquesta pràctica es presenten breument a nivell de diagrama de blocs, una sèrie d'aplicacions relacionades amb la utilització del multiplicador i altres circuits no lineals a la instrumentació. L'estudi previ proposa un esquema circuital representatiu de cada apartat, per poder-lo analitzar i calcular tots els seus components. En el laboratori es proposa el muntatge del filtre controlat per tensió, ja que potser és el més senzill i més fàcil de muntar, tenint en compte la disponibilitat de laboratoris.

5.2 Filtres controlats per tensió

En aquest apartat es veurà com es poden controlar els paràmetres característics d'una funció de transferència corresponent a un filtre actiu, que normalment queden fixats per elements actius R i C, mitjançant un multiplicador (o bé un OTA).
Les funcions de transferència més usuals, per filtres de primer i segon ordre estan normalitzades a la Taula 5.1 . La idea és que mitjançant una tensió de control V_C és pugui controlar la posició de la freqüència de tall o l'amplada de banda a -3 dB, ω_o; el guany a la banda de pas, H_o ; el factor de qualitat, Q ; etc. Aquest concepte s'il·lustra a la Fig. 5.1 i es pot aplicar a diverses configuracions de filtres actius passa-baix, passa-alt, passa-banda sintonitzats i de banda eliminada (*notch*).
Una realització possible del filtre actiu, que s'adoptarà en aquest estudi és la del filtre universal. Es tracta d'una estructura que dóna directament dues o tres funcions de transferència, i està implementada en circuit integrat (per exemple el xip UAF41 de BurrBrown).
A la Fig. 5.2 hi ha la representació d'una estructura de filtre universal, construïda amb blocs elementals amplificadors i integradors. Aquest filtre, té, considerant la sortida V_2 , una equació difencial associada

$$\frac{d^2V_2(t)}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dV_2(t)}{dt} + \omega_0{}^2V_2(t) = H_0\frac{\omega_0}{Q}\frac{dV_i(t)}{dt} \tag{5.1}$$

que transformada al domini de Laplace, dóna la funció de transferència assenyalada a la Taula 5.1 ,

$$V_2(s) = H_0 \frac{\omega_0}{Q} \frac{Vi(s)}{s} - \frac{\omega_0}{Q} \frac{V_2(s)}{s} - \frac{\omega_0^2}{s^2} V_2^2(s) \tag{5.2}$$

Així mateix, també s'obté una funció passa alt per $V_1(s)/V_i(s)$; una funció passa-baix per $V_3(s)/V_i(s)$; i una funció banda eliminada (notch) per $V_0(s)/V_i(s)$. Per aquestes tres funcions, el guany a la banda de pas és $H_0' = H_0/Q$.

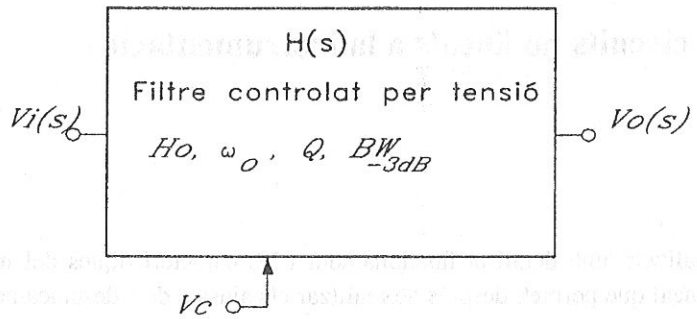


Fig. 5.1 Variació dels paràmetres d'un filtre per tensió

Taula 5.1 Funcions de transferència normalitzades de primer i segon ordre

H(s)	1er Ordre	2on Ordre
Passa baix	$H_0 \frac{\omega_0}{s + \omega_0}$	$H_0 \frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$
Passa banda		$H_0 \frac{\frac{\omega_0}{Q} s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$
Passa alt	$H_0 \frac{s}{s + \omega_0}$	$H_0 \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$
Banda eliminada		$H_0 \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$
Passa tot	$H_0 \frac{s - \omega_0}{s + \omega_0}$	$H_0 \frac{s^2 - \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$

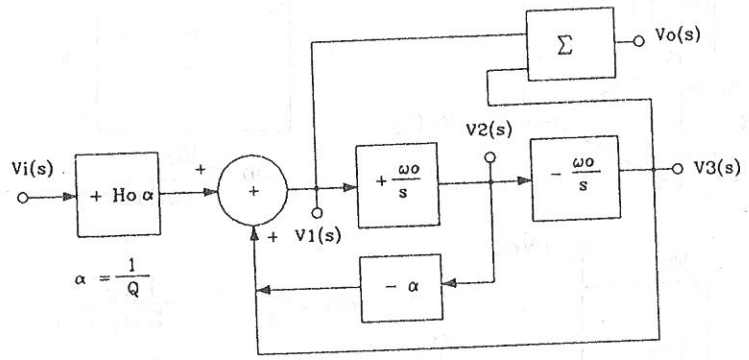


Fig. 5.2 Estructura general d'un filtre universal

Per veure l'efecte que introdueix el multiplicador en un circuit, suposem el cas d'una etapa d'AO amb realimentació negativa i massa virtual , que està alimentada a través d'un multiplicador analògic (Fig. 5.3). Si una de les entrades està connectada a una tensió de control, resulta:

$$Vs = \frac{Vc\,Vi}{10} \quad ; \quad i = \frac{Vi\,Vc}{10\,R} = \frac{Vi}{R'} \tag{5.3}$$

i, per tant, podem assumir que disposem d'una resistència $R' = 10\,R\,/Vc$, controlada d'una forma inversament proporcional per la tensió Vc .

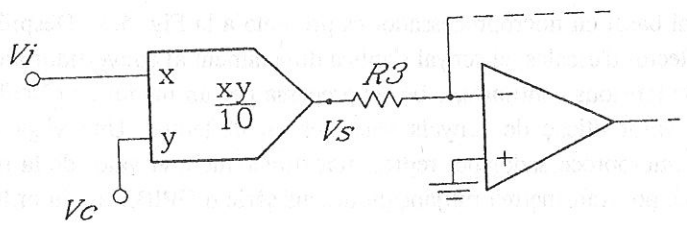


Fig. 5.3 Inserció d'un multiplicador en una etapa AO

Quan aquesta etapa s'utilitzi per dissenyar amplificadors, filtres i altres subsistemes, resultarà que es podran variar les seves característiques a través d'una tensió de control. Aquesta característica permet comandar els circuits electrònics amb molta facilitat de forma automàtica. Pensem per exemple en un control de volum, un filtre equalitzador, la selecció d'emissores del sintonitzador, etc., comandada a través del mando a distància anb un transmissor d'infraroigs. El tren de polsos de llum es descodifica i es converteix en una tensió de control que modificarà les característiques del circuit en qüestió. Aquest control dels paràmetres del circuit, també es pot implementar mitjançant convertidors digitals analògics (D/A). En aquest cas és una paraula digital subministrada pel sistema microprocessador la que actua com senyal de control.

Un circuit fàcil d'automatitzar d'aquesta manera descrita, és l'integrador actiu. Aquest muntatge s'utilitza en el disseny dels filtres universals. La constant d'integració ω_0 queda controlada per la tensió de control Vc. Fixem-nos-hi que, tal com mostra la Fig. 5.4 , també es pot realitzar perfectament aquesta funció amb un OTA.

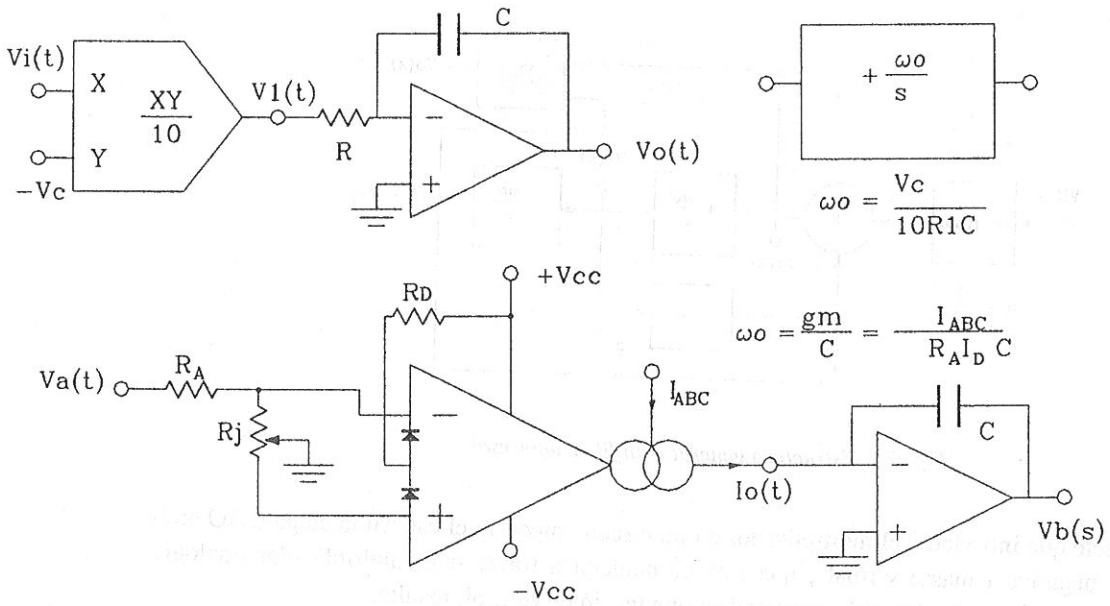


Fig. 5.4 Implementació d'un integrador controlat mitjançant un multiplicador i un OTA amb dides linealitzadors

5.3 Càlcul del vertader valor eficaç d'un senyal

L'esquema d'un voltímetre digital basat en microprocessador es presenta a la Fig. 5.5 . Després d'un bloc amplificador - atenuador selector d'escales, el senyal s'aplica directament al convertidor analògic a digital, en el cas de mesures de tensions contínues, o bé, es processa per un mòdul de càlcul RMS en el cas de voler mesurar el valor eficaç de senyals variables en el temps. Una vegada s'ha digitalitzat el senyal, el sistema microprocessador pot representar directament el valor de la mesura en un visualitzador numèric, o bé, pot transmetre'l mitjançant un bus sèrie o GPIB, cap un ordinador central.

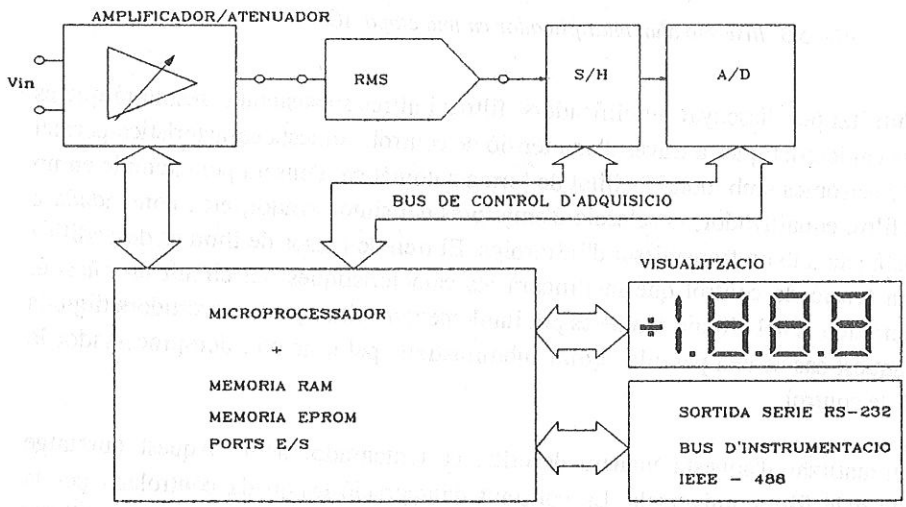


Fig. 5.5 Diagrama en blocs d'un voltimetre digital RMS d'altes prestacions

La majoria de voltímetres de baix cost només calculen correctament el valor eficaç de voltatges sinusoïdals. Estan basats en l'esquema presentat a la Fig. 5.6 . El senyal d'entrada es rectifica amb precisió utilitzant un mòdul de valor absolut, a continuació es filtra per obtenir el valor mig i es multiplica pel factor de forma *FF* propi de d'ona per la qual es calcula el valor eficaç. El factor de forma relaciona el valor mig de l'ona rectificada i el valor eficaç segons,

$$FF = \frac{Vrms}{Vm_{\text{ona rectificada}}} \tag{5.4}$$

Per exemple, el factor de forma d'una ona sinusoïdal rectificada en ona completa és:

$$FF = \frac{V_p/\sqrt{2}}{2V_p/\pi} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1{,}11 \tag{5.5}$$

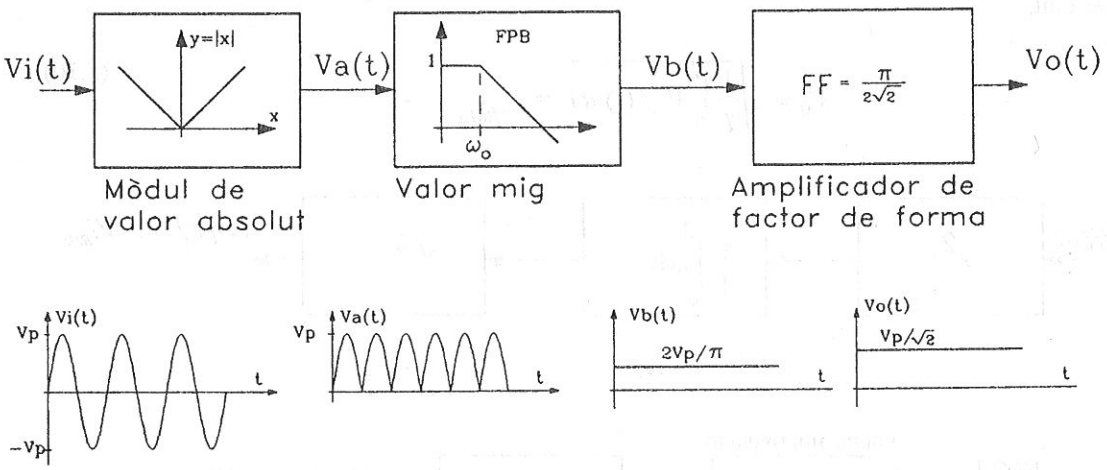


Fig. 5.6 Voltímetre RMS per senyals sinusoïdals

Un circuit per calcular el valor mig d'un senyal definit a l'equació (5.6), es pot realitzar utilitzant un filtre passa baix que només deixi passar l'harmònic en contínua.

$$V_{rms} = \frac{1}{T}\int_0^T V_{in}(t)\, dt \tag{5.6}$$

D'altra banda, per poder mesurar el vertader valor eficaç d'un senyal de forma d'ona arbitrària, és necessari dissenyar un circuit capaç de calcular aquest valor a partir de la seva definició,

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V_{in}^2(t)\, dt} \tag{5.7}$$

Es tracta de calcular el quadrat de la tensió d'entrada, extreure el valor mig i després l'arrel quadrada. El diagrama en blocs d'un circuit capaç de resoldre de forma directa aquesta mesura seria el mostrat tot seguit a la Fig. 5.7 *a*. Els mòduls elevador al quadrat i d'arrel quadrada es poden

realitzar amb multiplicadors i el mòdul extractor del valor mig es pot implementar amb un filtre passa baix que només deixi passar el component contínu.
També, mitjançant un mòdul multifunció, es por resoltre de forma implícita aquesta mesura. La sortida del mòdul és:

$$V_a = \frac{V_i^2(t)}{v_0(t)} \tag{5.8}$$

Com que la sortida és un valor mig, resulta que v_0 (t) $=V_0$, és una tensió constant

$$V_0 = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{V_i^2(t)}{v_0(t)}\,dt = \frac{\frac{1}{T}\int_0^T V_i^2(t)dt}{V_0} \tag{5.9}$$

i, per tant,

$$V_0 = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V_{in}^2(t)\,dt} = V_{i_{RMS}} \tag{5.10}$$

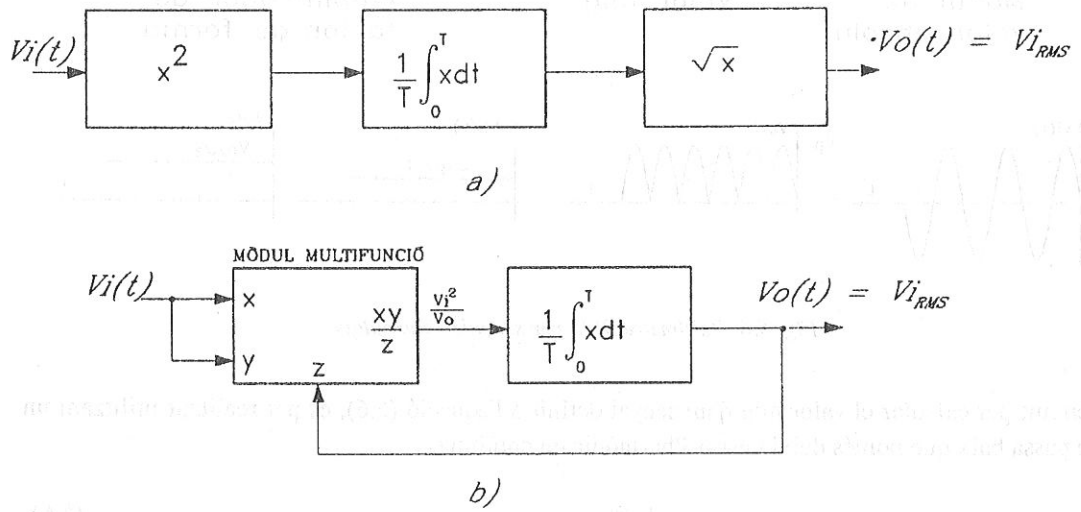


Fig. 5.7 Diagrama en blocs d'un mòdul de càlcul RMS. a) Mètode directe, b) mètode implícit

5.4 Linealització de corbes de transductors

Aquesta és una altra aplicació on la utilitat d'un circuit no lineal com ara un multiplicador o bé un divisor és evident. La sortida diferencial d'un pont de Wheastone, en el qual hi ha solament un element actiu del tipus $R(1+x)$, on R és la resistència nominal del sensor i x és la variació produïda per la magnitud físisca que es vol mesurar, resulta, tal com es pot comprovar a l'equació (5.11) que és no lineal amb la variació x. Aquesta funció està representada a la Fig. 5.8 per una variació de $-1 \leq x \leq +1$.

$$V_d = \frac{V_g x}{2(x+2)} \tag{5.11}$$

Ja sabem que és possible linealitzar la tensió diferencial per determinats sensors de varaició molt dèbil (per exemples les galgues extensomètriques), menyspreant la variació x en el denominador.

$$V_d = \left.\frac{V_g x}{2(x+2)}\right|_{x \ll 2} = \frac{V_g}{4} x \tag{5.12}$$

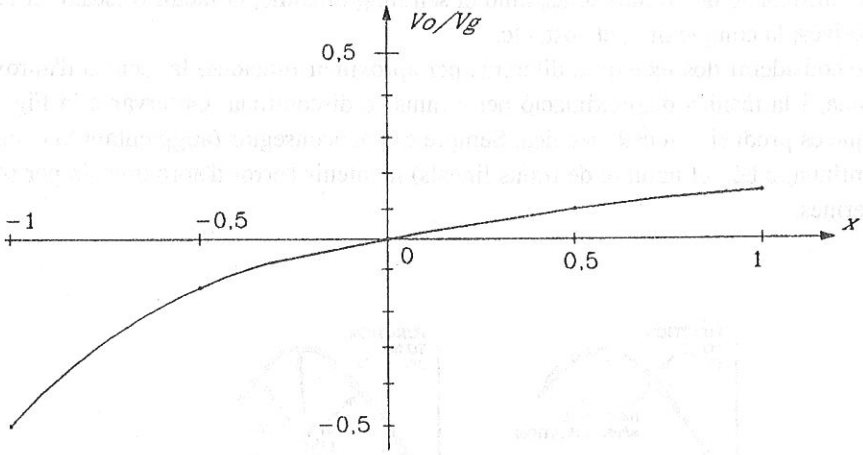


Fig. 5.8 Representació de la tensió diferencial de sortida del pont en funció de la variable x

En general aquesta no serà una solució vàlida. Llavors, després d'amplificar el senyal diferencial mitjançant un amplificador d'instrumentació, només queda la possibilitat d'utilitzar un circuit també no lineal per tractar d'eliminar la dependència del denominador de l'espressió (5.11) amb la magnitud x. Aquesta funció es pot realitzar a partir del diagrama en blocs de la Fig. 5.9 .

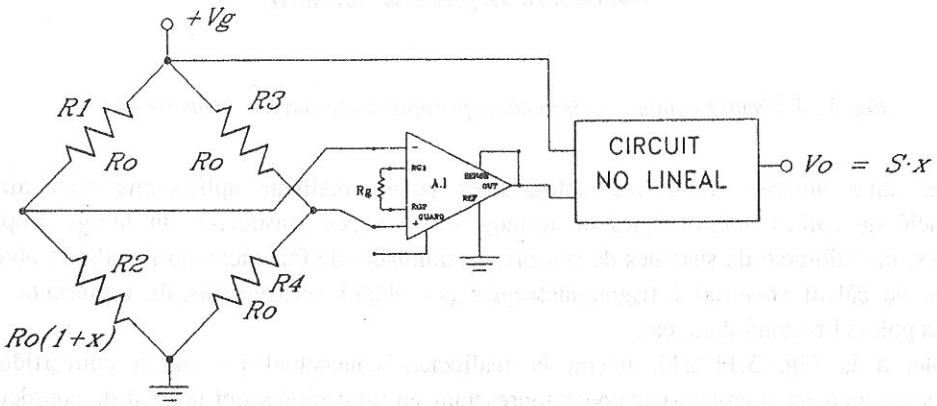


Fig. 5.9 Inserció d'un bloc linealitzador després d'un pont de Wheastsone resistiu

5.5 L'aproximació de funcions trigonomètriques i de qualsevol classe

L'aproximació de funcions tracta, en general, de traslladar una relació matemàtica o empírica (entre una variable dependent de sortida i una o més variables independents d'entrada) des d'un medi, com ara una taula de valors, una fórmula matemàtica, o un conjunt de corbes, a una altre medi, en aquest cas, un circuit o sistema electrònic físicament realitzable que tindrà una o diverses entrades i una sortida.

Hi ha dos passos bàsics que cal considerar abans d'implementar el circuit. En primer lloc cal establir un model conceptual de la funció aproximada mitjançant blocs ideals. En segon lloc s'ha de dur a terme la implementació d'aquests blocs funcionals, considerant tota la sèrie de limitacions i errors que comporta la utilització de circuits reals, amb el seu rang dinàmic, el factor d'escala, el temps de tersposta, les derives, la complexitat, el cost, etc.

També s'han de considerar dos tècniques diferents per aproximar funcions: la tècnica d'aproximació "suau" o contínua, i la tècnica d'aproximació per "trams" o discontínua. Observar a la Fig. 5.10 la funció d'error que es produeix en cada tècnica. Sempre es pot aconseguir (augmentant la complexitat de la funció contínua, o bé, el nombre de trams lineals) mantenir l'error d'aproximació per sota d'un valor màxim permès.

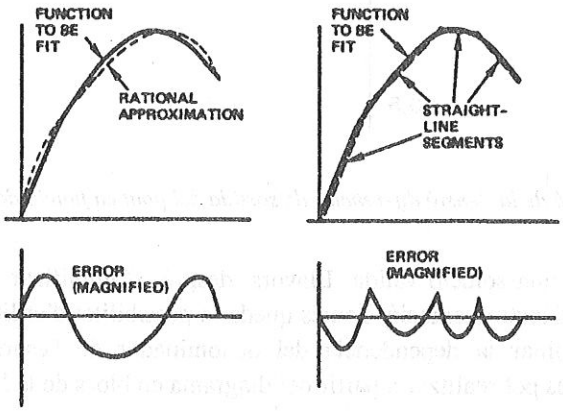


Fig. 5.10 Tècnica contínua i discontínua per aproximar una funció qualsevol

Així doncs, amb aquestes dues metodologies es poden realitzar aplicacions com ara: la caracterització de corbes polinòmiques de termoparells i altres sensors en un marge ampli de temperatures; la calibració de sistemes de sensors; la simulació de fenòmens no lineals; la obtenció de funcions de càlcul vectorial i trigonomètriques per obtenir instruments de representació de coordenades polars i rectangulars; etc.

Per exemple, a la Fig. 5.11 s'hi mostra la realització conceptual un circuit convertidor de coordenades polars a rectangulars per poder representar en un oscil·loscopi normal de coordenades X-Y, punts donats a partir de la distància R_0 i l'angle φ_0 . Com que $x = r \cdot \cos\varphi$, $y = r \cdot \sin\varphi$, aquesta conversió de coordenades necessita un bloc per la funció cosinus, un bloc per construir la funció sinus i dos blocs multiplicadors.

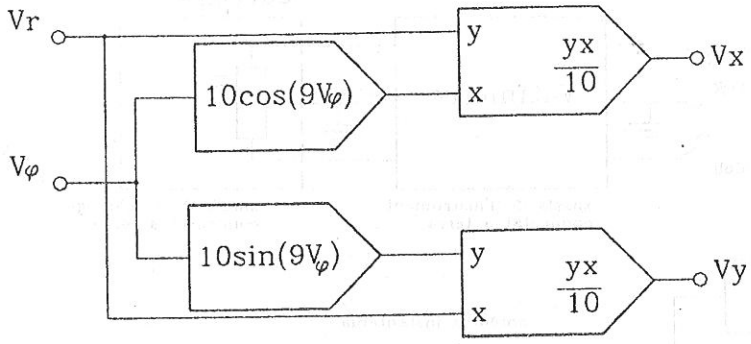


Fig. 5.11 Diagrama en blocs d'un convertidor de coordenades polars a rectangulars

5.6 Càlcul de la potència elèctrica

La mesura de la potència elèctrica i altres magnituds associades com ara la potència activa, la reactiva i l'aparent, el factor de potència, l'energia, etc. necessita de la utilització d'un circuit multiplicador per obtenir el producte de la tensió en borns de la càrrega pel corrent instantani que hi circula.

A partir del diagrama en blocs de la Fig. 5.12 podem obtenir la mesura d'aquestes magnituds, a més d'una indicació del corrent i la tensió en borns de la càrrega connectada en un endoll. Per calcular el valor eficaç de la tensió i corrent s'hauria d'afegir un bloc funcional con el desenvolupat a l'apartat 5.3 d'aquesta pràctica, desprès de la secció voltímètre i amperímetre. Per calcular l'energia consumida per la càrrega s'hauria d'afegir un bloc integrador de la potència activa a mida que transcórrer el temps. Per mesurar la potència reactiva s'hauria d'afegir un sistema de càlcul a partir de dos multiplicadors i un mòdul d'arrel quadrada per obtenir,

$$V_{PR} = \sqrt{V_S^2 - V_P^2} \tag{5.13}$$

Observant la Fig. 5.12 , es comprova com la potència activa s'obté a partir del valor mig de la potència instantània,

$$\begin{aligned} p(t) &= v(t)i(t) = \left[V_L \sin\omega t \right] \left[I_L \sin(\omega t + \varphi) \right] \\ p(t) &= \frac{V_L \cdot I_L}{2} \left[\cos\varphi - \cos(2\omega t + \varphi) \right] \\ P &= \frac{V_L \cdot I_L}{2} \cos\varphi = V_{ef} I_{ef} \cos\varphi \end{aligned} \tag{5.14}$$

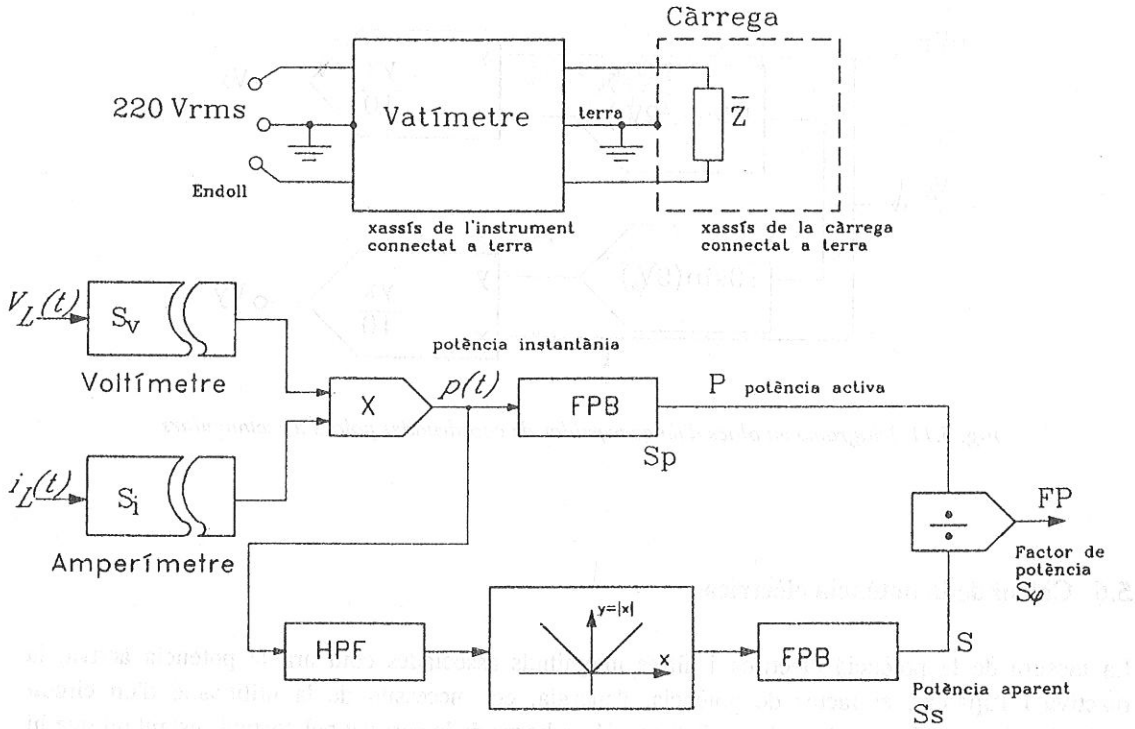


Fig. 5.12 Diagrama en blocs d'un vatímetre amb indicació de la potència activa, aparent i el factor de potència

També s'observa que a partir de l'harmònic de freqüencia doble (separat mitjançant un filtre passa-alt), una vegada rectificat, filtrat i amplificat per obtenir la tensió de pic, s'aconsegueix la potencia aparent, definida com el producte de la tensió eficaç pel corrent eficaç,

$$S = \frac{\pi}{2}\left[\frac{1}{T}\int_0^T \left| -\frac{V_L \cdot I_L}{2}\cos(2\omega t + \varphi)\right| dt\right] = V_{ef} I_{ef} \qquad (5.15)$$

Finalment, queda clar que mitjançant un bloc divisor analògic, que calculi el quocient entre la potència activa i aparent, es possible obtenir una tensió de sortida representativa del factor de potència tal com s'indica a l'equació (5.16).

$$FP = \frac{P}{S} = \cos\varphi \qquad (5.16)$$

5.7 Material de pràctiques

Per realitzar aquesta pràctica és necessari disposar del següent material:

- Components facilitats pel professor, a retornar al finalitzar la sessió de pràctiques:

  - placa prototip del multiplicador analògic basada en l'ICL8013

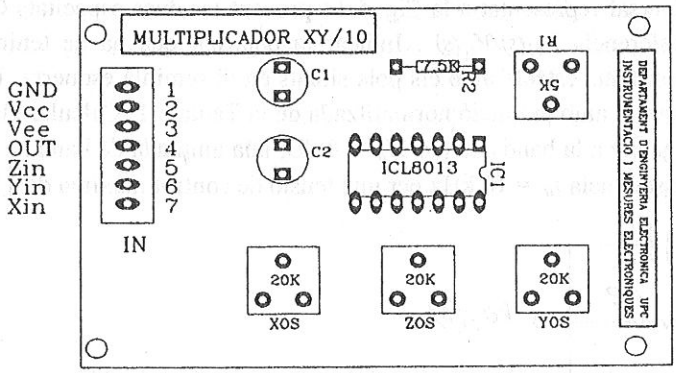


Fig. 5.13 Esquema de la distribució de components i el connexionat sobre la placa de circuit imprès

- Material d'us comú aportat pel grup de treball:

  - *board* de muntatge de prototips
  - cables rígids de diàmetre inferior a 1 mm de diferents colors per connexions
  - 3 sondes BNC - banana
  - 4 parells de cables banana - banana
  - resistències i condensadors de diversos valors, com a mínim els components calculats a l'estudi previ
  - resistències ajustables de diversos valors

5.8 Estudi previ

Abans de la classe de laboratori s'han de resoldre els apartats P1 i P2 i P3 corresponents a l'estudi previ. Després de la sessió pràctica, s'ha de lliurar al professor la fulla de resultats emplenada amb les mesures realitzades.

Filtre controlat per tensió

P1) Analitzar el filtre universal representat a la Fig. 5.14 prenent les dues capacitats C1 = C2 = C. Obtenir la funció de transferència $V_{01}(s)/V_i(s)$. Indicar la polaritat que ha de tenir la tensió de control per aconseguir un sistema estable amb els pols situats en el semiplà esquerra. Identificar els paràmetres del filtre comparant amb la funció normalitzada de la Taula 5.1 .Calcular els components del circuit per obtenir un guany a la banda de pas H_0 = 0 dB; una amplada de banda a -3 dB de 200 Hz; i una freqüència de ressonància f_0 = 10 kHz per una tensió de control màxima de $|V_C|$ = 10 V

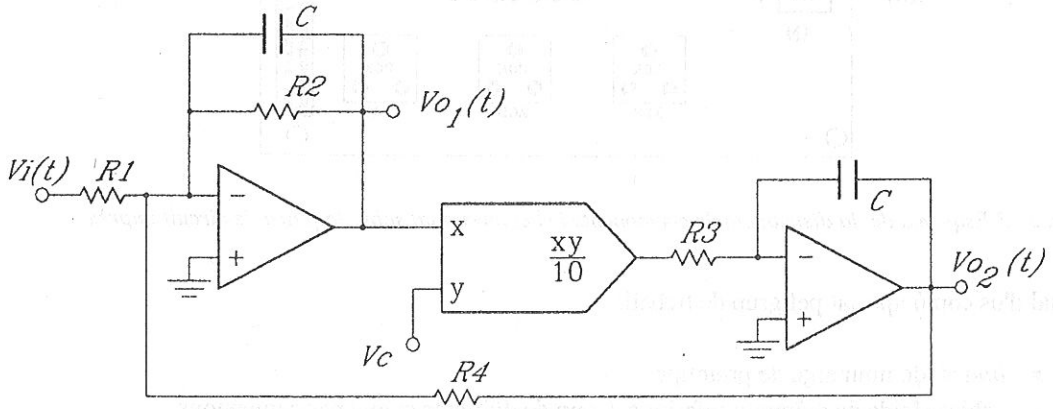


Fig. 5.14 Circuit del filtre a dissenyar

P2) Obtenir la funció de transferència $V_{02}(s)/V_i(s)$. Identificar i calcular els paràmetres característics de la funció.

P3) Obtenir l'espectre freqüencial en mòdul i fase del senyal quadrat de freqüència f_0 =1 kHz representat a la Fig. 5.15 . Indicar quina serà la sortida del circuit de la Fig. 5.14 quan el filtre està centrat en el 7^6 harmònic. Per quina tensió de control el filtre queda centrat en aquest harmònic ?.

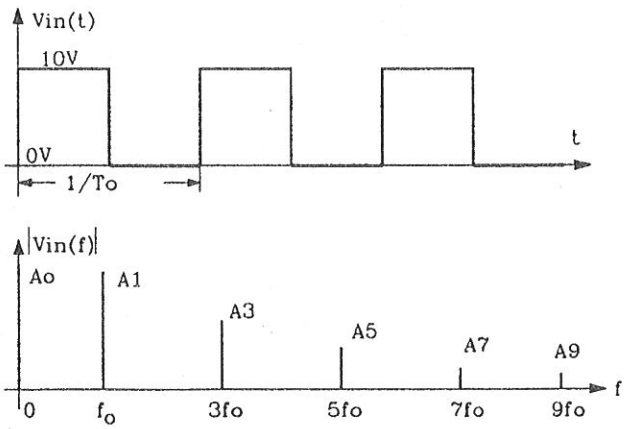


Fig. 5.15 Harmònics d'un senyal quadrat

Valor eficaç de senyals sinusoïdals

P4) Analitzar el circuit de la Fig. 5.16 per obtenir la tensió de sortida en funció de l'entrada. Considerar el diagrama en blocs presentat a la Fig. 5.6 .Calcular el valor de la capacitat C i les resistències R i R_0 per aconseguir un factor de forma corresponent a una ona sinusoïdal rectificada en ona completa i una freqüència de tall de 20 Hz.

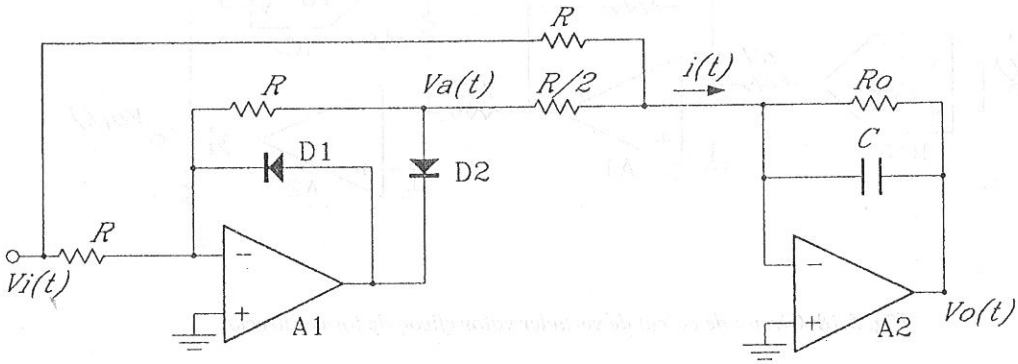


Fig. 5.16 Circuit de càlcul del valor absolut i filtre amplificador

P5) Indicar en un quadre resum pels senyals representats a la Fig. 5.17 : el valor eficaç aplicant la definició; la tensió de sortida que s'obtindria al processar aquests senyals pel circuit de la Fig. 5.16 ; i l'error que representa respecte del valor eficaç.

$$Error = \frac{V_{rms} - V_{0real}}{V_{rms}} \times 100 \qquad (5.17)$$

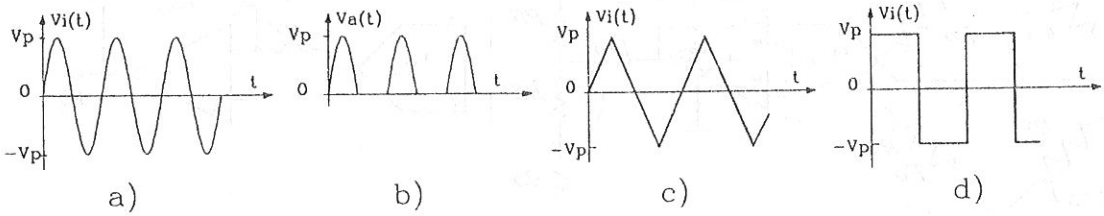


Fig. 5.17 Senyals proposades a l'exercici P5

Mòdul de vertader valor eficaç

P6) A la Fig. 5.18 s'hi representa un circuit per realitzar el càlcul del vertader valor eficaç de qualsevol senyal, de manera que, per exemple al processar qualsevol dels senyals anteriors, s'obtindria sempre el valor eficaç, i, per tant, un error nul. Aquest circuit corrrespon a una realització directa del vertader valor eficaç (Fig. 5.7 *a*). Calcular els valors dels components per aconseguir que el circuit funcioni per valors DC i per senyals a partir de 20 Hz

$$V_0 = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T V_{in}^2(t)\,dt} = V_{i_{RMS}} \qquad (5.18)$$

Proposar un circuit de càlcul del valor eficaç de forma implícita (Fig. 5.7 *b*) a partir del qual s'obtingui la mateixa sortida.

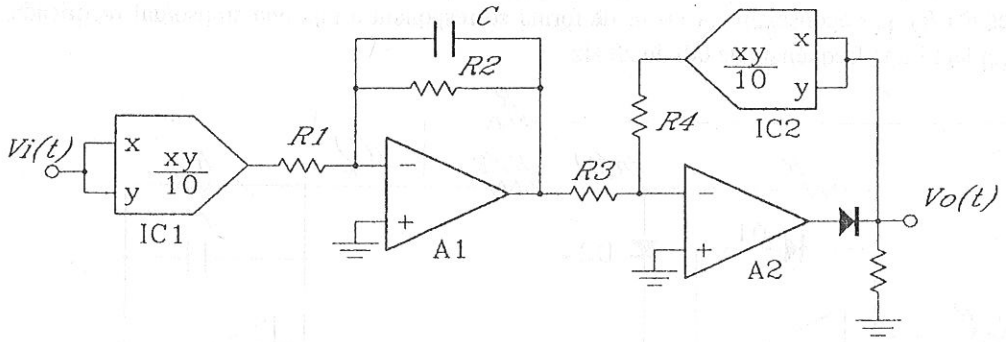


Fig. 5.18 Circuit de càlcul de vertader valor eficaç de forma directa

Linealització de la sortida d'un pont de Wheatstone

P7) El circuit de la Fig. 5.19 pretén linealitzar la sortida d'un pont de Wheatstone amb un element actiu mitjançant la utilització d'un divisor analògic. Calcular la tensió de sortida en funció de tots els elements del circuit. Calcular el valor de les resistències per aconseguir amb un guany de l'AI G = 1 que la sortida sigui $V_0 = 10\,x$.

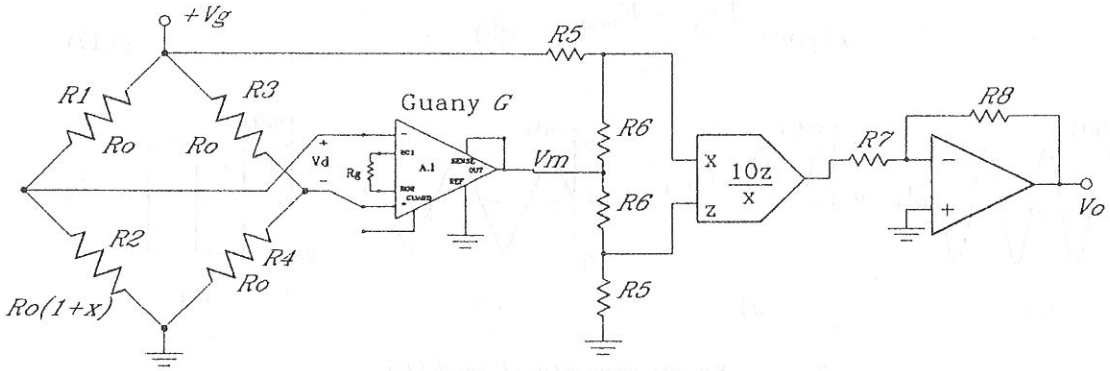


Fig. 5.19 Circuit de linealització de la tensió de sortida amb divisor analògic

P8) Calcular el marge de variació de les tensions d'entrada al divisor V_x i V_z . Indicar el número de quadrants de funcionament del divisor. Proposar un circuit divisor analògic per realitzar el bloc 10Vz/Vx.

Aproximació d'una funció trigonomètrica

P9) En aquest exercici es pretén realitzar l'aproximació d'una funció sinusoïdal utilitzant les tècniques descrites a l'apartat 5.5. La funció que es vol aproximar és: $y = \sin x$ en un quadrat de $0 \leq x \leq \pi/2$. En funció de la cota màxima d'error calculada a partir de $(f(x) - \sin x)\times 100$ i de la simplicitat del circuit resultant, es pot optar per diferents funcions d'aproximació contínua mostrades a la Taula 5.2 . S'escollirà la funció que té un error màxim del 0,25 %, i es pot realitzar a partir d'un únic mòdul multifunció i un AO.

Taula 5.2 Funcions f(x) d'aproximació del sinx en el primer quadrant

FUNCIÓ D'APROXIMACIÓ	ERROR
$y = 1{,}155x - 0{,}33x^2$	± 2,1 %
$y = \dfrac{1{,}0468x - 0{,}4278x^2}{1 - 0{,}2618x}$	± 0,44 %
$y = 0{,}98252x - 0{,}14019x^3$	± 0,51 %
$y = \dfrac{1{,}00042x - 0{,}111382x^3}{1 + 0{,}056646x^2}$	± 0,01 %
$y = 1{,}0095x - 0{,}169x^{2{,}7525}$	± 0,1 %
$y = x - \dfrac{1}{6{,}28}x^{2{,}827}$	± 0,25 %
$y = \dfrac{0{,}999642x - 0{,}1073254x^{3{,}02}}{1 + 0{,}0604426x^{2{,}02}}$	± 0,004 %

El circuit respon a l'expressió general,

$$V_0 = V_{FS} sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{V_{in}}{V_R}\right) = V_{FS} sin\left(90\frac{V_{in}}{V_R}\right) \tag{5.19}$$

en radiants o bé en graus. La tensió V_{FS} és la tensió de sortida de fons d'escala i V_R és la tensió de referència corresponent a una tensió d'entrada de 90°.

Com que les tensions d'alimentació dels circuits són de ±15 V, és lògic adoptar un marge de variació de la tensió d'entrada i de sortida en gran senyal, de forma que tant V_{in} com V_0 seran de $0 \leq x \leq 10$ V. Així la funció de transferència a implementar resulta:

$$V_0 = 10\sin(9V_{in}) = 10\sin(0{,}15708V_{in}) \tag{5.20}$$

Si es realitza un canvi d'escala, s'obte finalment la funció que s'implementarà amb un circuit electrònic:

$$V_0 = 1{,}5708V_{in} - 1{,}5924\left(\frac{V_{in}}{6{,}366}\right)^{2{,}827} \tag{5.21}$$

Analitzar el circuit de la Fig. 5.20 per obtenir la tensió de sortida. Comparar-la amb l'expressió (5.21) i calcular el valor de les resistències.

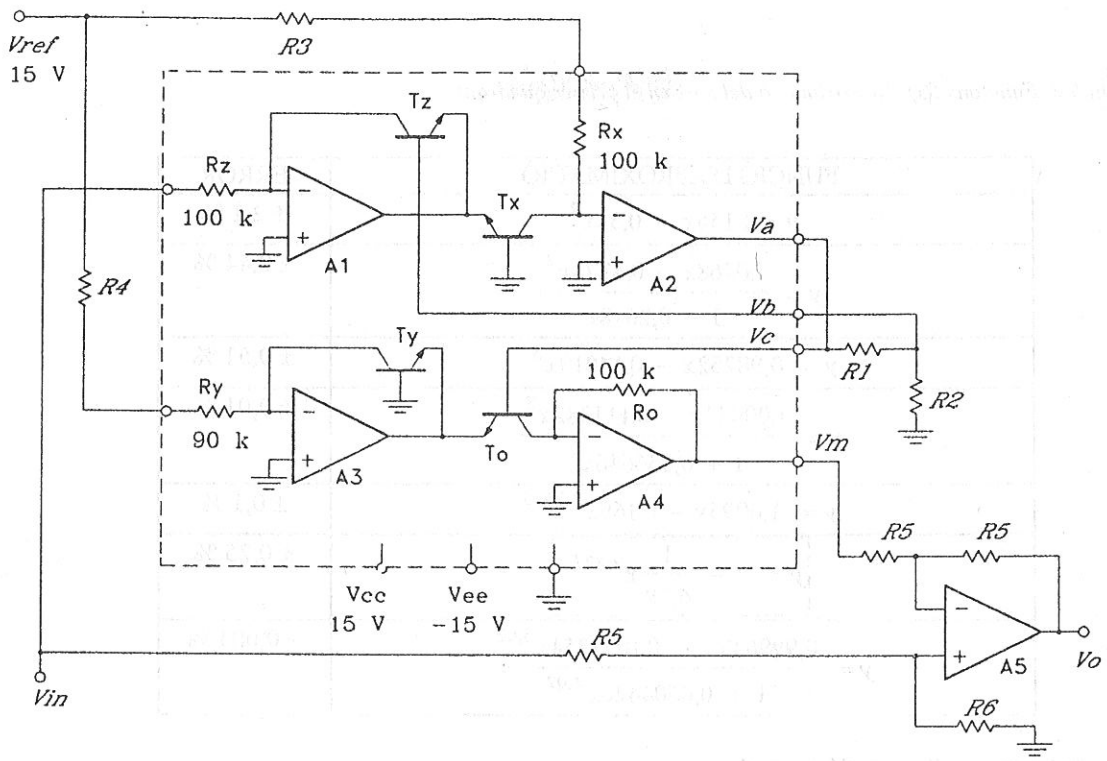


Fig. 5.20 Circuit proposat d'aproximació de la funció sinusoïdal

Disseny d'un vatímetre

P10) Tal con s'ha explicat a l'apartat 5.6, es possible mitjançant multiplicadors i altres circuits no lineals, mesurar la potència elèctrica i altres magnituds associades. La Fig. 5.21 representa amb molts detalls com seria l'esquema d'un vatímetre, adequat per mesurar la potència elèctrica de diversos electromèstics de la llar: assecadores, rentadores, calefactors, bombetes, làmpares fluorescents, etc. Es connecta entre l'endoll de la paret i la càrrega i mesura el corrent que circula per aquesta i la tensió instantània en borns.

Un detall de disseny interessant, mostra com el xassís metal·lic de l'equip està connectat a la terra de l'endoll, ja que es obligatòria aquesta connecxió per evitar descàrregues. Així mateix, com que no s'utilitzen amplificadors d'aïllament, la massa flotant de la font d'alimentació de ±15 V, obtinguda a partir d'un secundari de transformador està connectada a una línia de 220 V_{ef} per poder referenciar les mesures. D'aquesta manera, s'hauria d'anar molt en compte a l'hora de muntar i verificar el circuit, per que al tocar la massa ens enrampariem i al connectar l'oscil·loscopi provocaríem un curtcircuit.

Analitzar el circuit per passos i calcular els elements del circuit per aconseguir les següents sensibilitats: $S_I = 1$ V/A_{rms} ; $S_V = 1/22$ V/V_{rms} ; $S_P = 1/220$ V/W; $S_S = 1/220$ V/VA; $S_\varphi = 10$ V;

$$V_y = S_I I_{L_{ef}} \qquad V_S = S_S P_{aparent}$$
$$V_x = S_V V_{L_{ef}} \qquad V_P = S_P P_{activa} \qquad (5.22)$$
$$V_{FP} = S_\varphi FP = S_\varphi \cos\varphi$$

que permeten aprofitar tot el marge dinàmic de ± 10 V de les entrades dels circuits integrats. Considerar que la tensió nominal és 220 V_{ef}, el corrent màxim que circula per la càrrega és 10 A_{ef}, i que la potència màxima és 2200 VA, que correspon a 2200 W quan hi connectada una càrrega purament resistiva. Com que la freqüència de la xarxa elèctrica és de 50 Hz, dissenyar la freqüencia de tall dels filtres a 1 Hz (-40 dB d'atenuació per l'harmònic de freqüència doble).
Considerar que la impedància d'entrada del voltímetre és 10 MΩ i que la impedància d'entrada de la secció d'amperímetre és de 0,1 Ω.

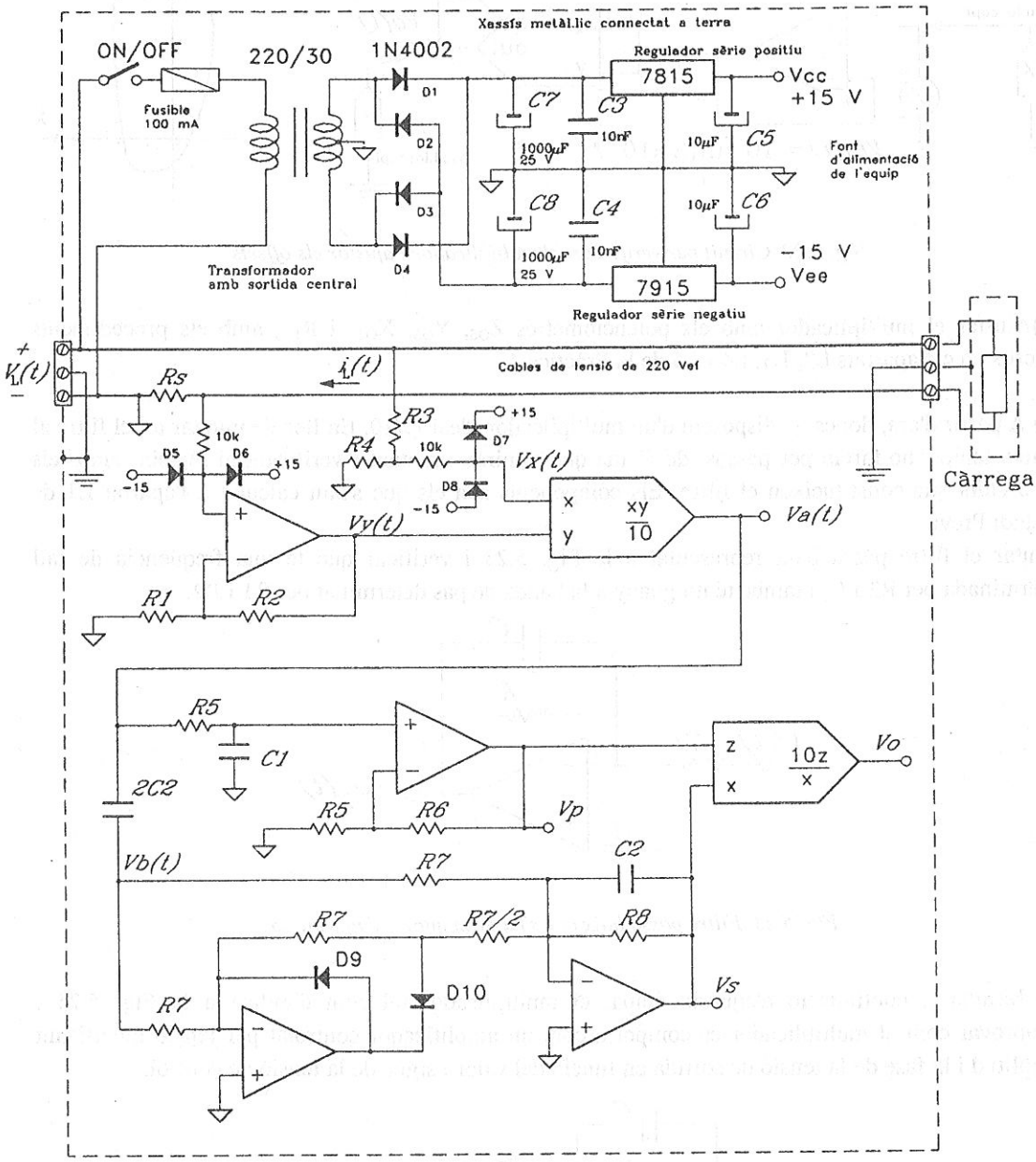


Fig. 5.21 Circuit proposat pel disseny d'un vatímetre mesurador del factor de potència

5.9 Treball de laboratori. Muntatge d'un filtre universal controlat per tensió

L1) Verificar el funcionament de la placa multiplicador amb el circuit de la Pràctica 4, repetit per conveniència a la Fig. 5.22 , ja que aquesta placa la utilitza tothom i potser que no funcioni.

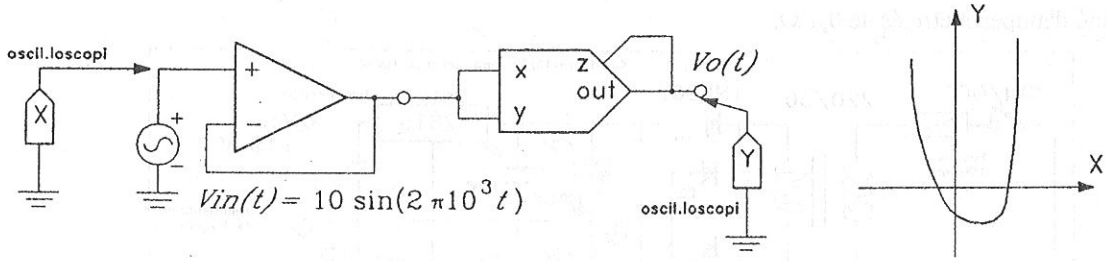


Fig. 5.22 Circuit per verificcar el multiplicador i ajustar els offsets

L2)Ajustar el multiplicador amb els potenciòmetres Z_{OS}, Y_{OS}, X_{OS} i R_1 , amb els procediments descrits en els apartats L2, L3, L4 i L5 de la Pràctica 4.

L3) A partir d'ara, doncs, ja disposem d'un multiplicador ideal $xy/10$. En lloc de muntar tot el filtre al mateix temps, ho farem per passos, de forma que s'aniran muntant i verificant al mateix temps els subcircuits que constitueixen el filtre. Els components són els que s'han calculat a l'apartat L1 de l'Estudi Previ.
Muntar el filtre passa baix representat a la Fig. 5.23 i verificar que té una freqüència de tall determinada per R2 i C, i també té un guany a la banda de pas determinat per R1 i R2.

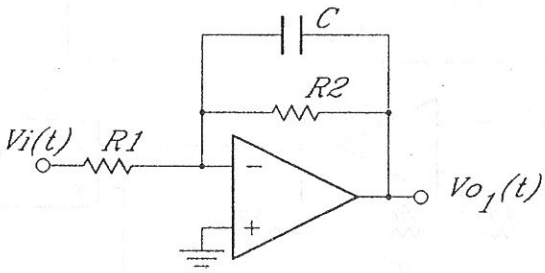


Fig. 5.23 Filtre passa baix que s'ha de muntar a l'apartat L3

L4) Muntar a continuació d'aquesta etapa, el multiplicador tal com d'indica a la Fig. 5.24 . Comprovar com el multiplicador es comporta com un amplificador controlat per tensió modificant l'amplitud i la fase de la tensió de sortida en funció del valor i signe de la tensió de control.

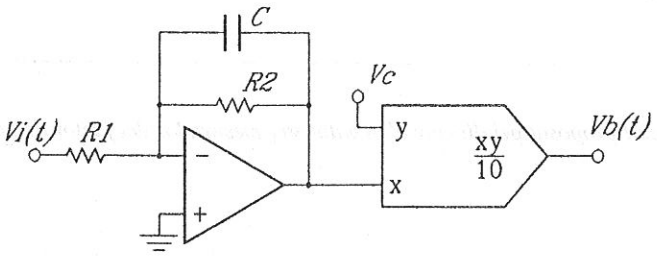


Fig. 5.24 Connecxió del multiplicador després del filtre

L5) Muntar l'integrador de sortida. Comprovar que el circuit té tendència a saturar-se fàcilment i deixar de tenir massa virtual.
Aplicar un senyal sinusoïdal $V_b(t) = V_b \sin \omega t$, i verificar que la sortida té un desfasatge de 90°, i un valor de: $V_{02}(t) = -(V_b / R3C\omega) \cos\omega t$.

L6) Finalment, tancar el llaç de realimentació a través de R4 i verificar el funcionament del circuit. Obtenir a partir de la tensió de sortida $V_{01}(t)$, la variació de la freqüència de ressonància en funció de la tensió de control. Mesurar l'amplada de banda a - 3 dB del filtre.
Observar com la sortida $V_{02}(t)$ es comporta tal com s'ha calculat a l'apartat P2.

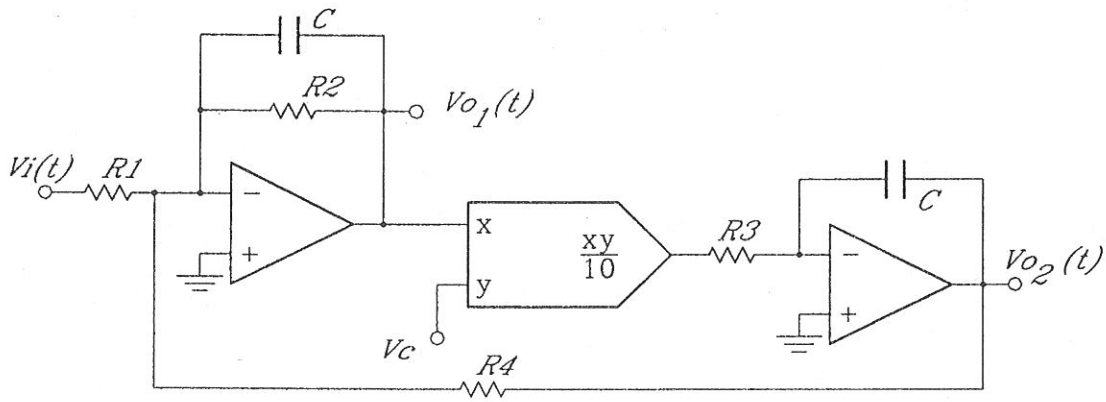


Fig. 5.25 Circuit amb l'integrador i la realimentació muntada

L7) Representar el diagrama de Bode de la resposta freqüencial del filtre $V_{01}(s)/V_{in}(s)$.

L8) Aplicar un senyal quadrat com el representat a la Fig. 5.26 de freqüència 1kHz i detectar mitjançant el filtre passa-banda sintonitzat el valor dels harmònics més importants.

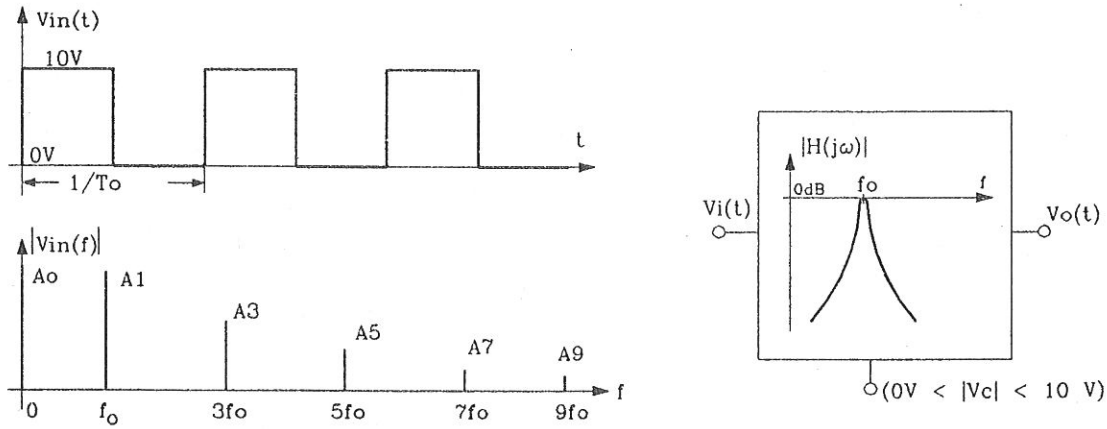


Fig. 5.26 Harmònics d'un senyal quadrat

FULL DE RESULTATS DE L'ESTUDI PREVI DE LA PRÀCTICA 5

Nº DE GRUP DE LABORATORI:		**SETMANA:**	
Nº DE LLOC DE TREBALL:		**DATA:**	

NOMS: _____

_____

_____

P1) Funció de transferència $V_{01}(s) / V_i(s) =$

_____

Valors dels paràmetres:

$H_0 =$ _____ $f_0 =$ _____

$Q =$ _____ $BW_{-3dB} =$ _____

Marge dinàmic de la tensió de control per a que el sistema sigui estable: _____ $\leq Vc \leq$ _____

Valor dels elements del circuit:

C = _____ nF ; R1 = _____ kΩ ; R2 = _____ kΩ

R3 = _____ kΩ ; R4 = _____ kΩ

Sensibilitat de la freqüència de ressonància amb la tensió de control $S_f =$ _____ $Hz/V^{1/2}$

P2)Funció de transferència $V_{02}(s) / V_i(s) =$

_____

Valor dels paràmetre $H'_0 =$ _____

P3) Anàlisi de l'espectre freqüencial del senyal quadrat

$|A_0| =$ _____

$i = 1, 3, 5, \ldots$

$|A_i| =$ _____ $arg(A_i) =$ _____

Quan V_C = _____ V; el filtre està centrat en el 7^{è} harmònic i

la tensió de sortida és: V_{o1} = _____

P4) Valor eficaç de senyals sinusoïdals.

Tensió de sortida del mòdul V_0 = _____

Valor dels elements del circuit:
C = _____ nF ; R = _____ kΩ ; R_0 = _____ kΩ

P5)Quadre resum de sortida:

Tipus de senyal	$V_{0\,RMS}$	$V_{0\,reaL}$	Error
a)			
b)			
c)			
d)			

P6) Mòdul de vertader valor eficaç de forma directa.
Valor dels elements del circuit:

C = _____ nF ; R1 = _____ kΩ ; R2 = _____ kΩ

R3 = _____ kΩ ; R4 = _____ kΩ

Circuit proposat per resoldre el vertader valor eficaç de forma implícita:

P7) Linealització de la sortida d'un pont de Wheatstone:

Tensió de sortida V_0 = _____

Valor dels elements del circuit:

R5 = _____ kΩ ; R6 = _____ kΩ

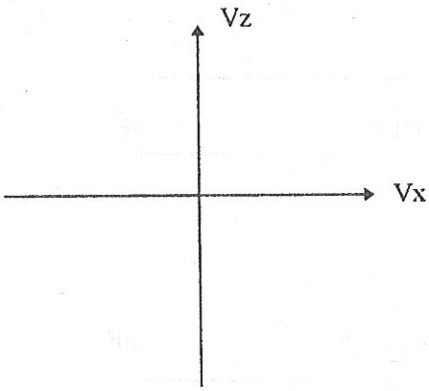
R7 = _____ kΩ ; R8 = _____ kΩ

P8) Marge de variació de les entrades al divisor:

$$Vx\Big|_{x=-1} = _____ \geq Vx \geq Vx\Big|_{x=+1} = _____$$

$$Vz\Big|_{x=-1} = _____ \geq Vz \geq Vz\Big|_{x=+1} = _____$$

Quadrants de funcionament del divisor:



Circuit proposat pel divisor:

P9) Circuit d'aproximació la la funció $V_0 = 10 \sin(9Vi)$

Tensió de sortida V_0 =

_____

Valor dels elements del circuit:

R1 = _____ kΩ ; R2 = _____ kΩ

R3 = _____ kΩ ; R4 = _____ kΩ

R5 = _____ kΩ ; R6 = _____ kΩ

P10) Disseny del vatímetre:

Voltímetre:

V_x =

_____

R3 = _____ kΩ ; R4 = _____ kΩ

Amperímetre:

V_y = _____ R_S = _____ kΩ

R1 = _____ kΩ ; R2 = _____ kΩ

Potència activa:

V_p =

_____

R5 = _____ kΩ ; R6 = _____ kΩ ; C1 = _____ nF

Potència aparent:

V_b (s) = _____ R7 = _____ kΩ ; C2 = _____ nF

V_S =

_____

R8 = _____ kΩ

Factor de potència:

V_0 =

_____

FULL DE RESULTATS DE LABORATORI DE LA PRÀCTICA 5

Nº DE GRUP DE LABORATORI:		**SETMANA:**	
Nº DE LLOC DE TREBALL:		**DATA:**	

NOMS: _____

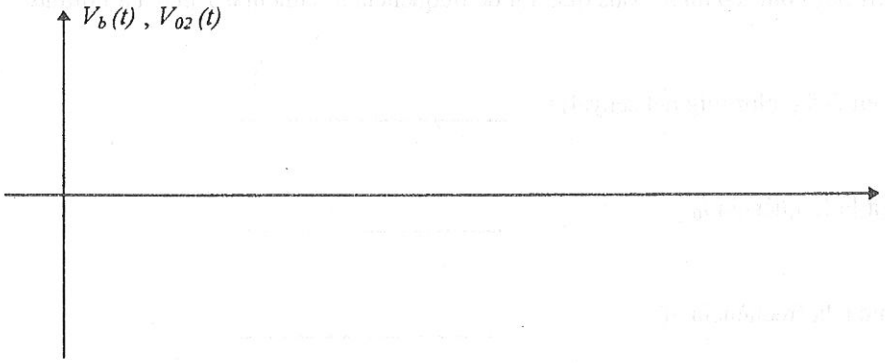
_____

_____

L3) Freqüència de tall d'aquesta etapa f_0 = _____

Guany a la banda de pas H_0 = _____

L5) Representació de la tensió d'entrada $V_b(t)$ i de sortida de l'intregrador $V_{02}(t)$



L6) Verificació del funcionament del filtre:

_____ ≤ Vc ≤ _____

_____ ≤ f_0 ≤ _____

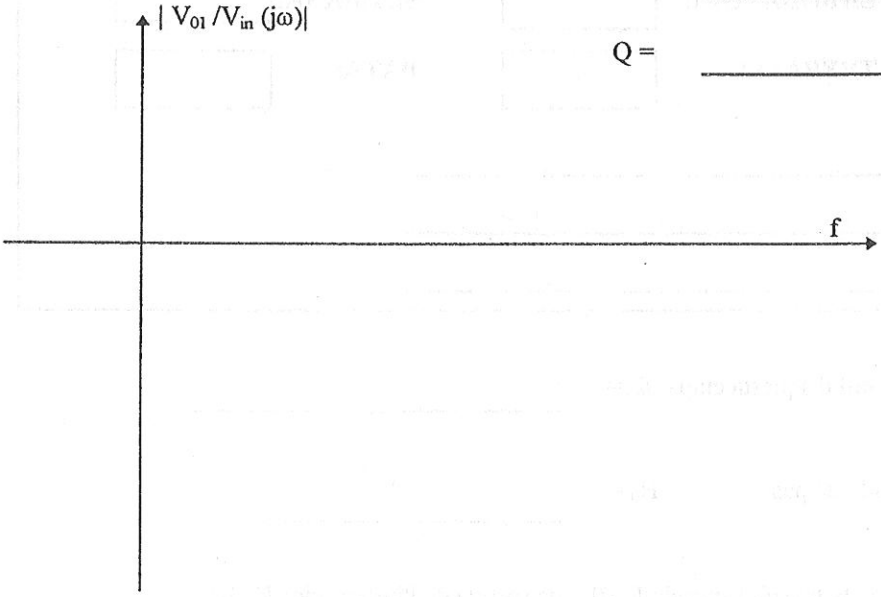
Amplada de banda a - 3 dB = _____

L7) Diagrama de Bode del filtre per Vc = 6V

fo = _____

Ho = _____

Q = _____



L8) Obtenció dels harmònics d'un senyals quadrat de freqüència fonamental 1 kHz i amplitud de 0V a +10 V.

A_0 = harmònic en DC (valor mig del senyal) = _____

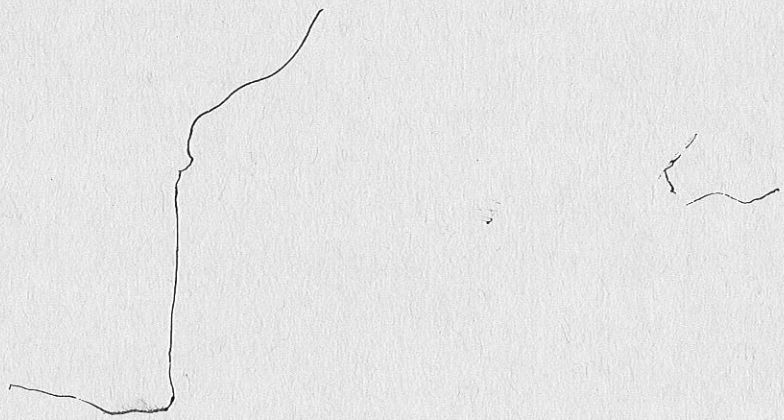
A_1 = harmònic a la freqüència f_0 = _____

A_3 = 3er harmònic a la freqüència $3f_0$ = _____

A_5 = 5^{è} harmònic a la freqüència $5f_0$ = _____

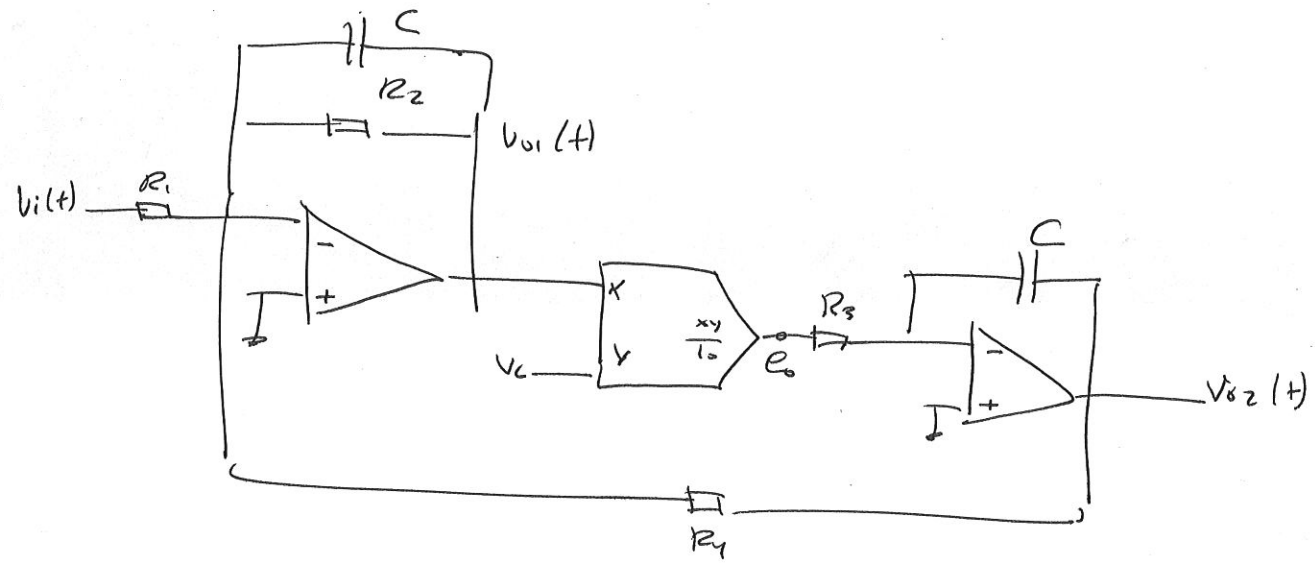
A_7 = 7^{è} harmònic a la freqüència $7f_0$ = _____

A_9 = 9^{è} harmònic a la freqüència $9f_0$ = _____



P5

P1



$$e_0 = \frac{V_{o1} \cdot V_c}{10}$$

$$\frac{e_0}{R_3} = -V_{o2} \cdot sC$$

$$V_{o2} = -e_0 \frac{1}{sCR_3} = \frac{-V_{o1} \cdot V_c}{10} \cdot \frac{1}{sCR_3}$$

$$R_2 // \frac{1}{sC} = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{sC}}{R_2 + \frac{1}{sC}} = \frac{R_2}{1 + sR_2C}$$

$$\frac{V_i}{R_1} + \frac{V_{o2}}{R_4} = \frac{-V_{o1}(1+sR_2C)}{R_2}$$

$$\frac{V_i}{R_1} + \frac{-e_0}{R_4} \cdot \frac{1}{sCR_3} = \frac{-V_{o1}}{R_2}(1+sR_2C)$$

$$\frac{V_i}{R_1} - \frac{V_{o1}V_c}{10R_4} \frac{1}{sCR_3} = \frac{-V_{o1}}{R_2}(1+sR_2C)$$

$$\frac{V_i}{R_1} = V_{o1}\left(\frac{V_c}{10R_4 sCR_3} - \frac{1+sR_2C}{R_2}\right)$$

$$\frac{V_i}{R_1} = V_{o1}\left(\frac{V_cR_2 - (1+sR_2C)\,10\,sCR_3R_4}{10\,sCR_2R_3R_4}\right)$$

$$\frac{V_{o1}}{V_i} = \frac{10\,sCR_2R_3R_4}{R_1\left(V_cR_2 - (1+sR_2C)\,10s(R_3R_4)\right)}$$

$$\frac{V_{o1}}{V_i} = \frac{-10\,sCR_2R_3R_4}{10s^2C^2R_2R_3R_4R_1 + 10sCR_3R_4R_1 - R_1V_cR_2} \doteq \frac{-\frac{s}{CR_1}}{s^2 + \frac{1}{CR_2}s - \frac{V_c}{C^2R_3R_4 10}}$$

$H_0 = 0\,dB = 1$ $\qquad -10V < V_c < 0$

$BW_{-3db} = 500\,Hz$

$f_0 = 10\,KHz$

$V_c = 10V$

$$\frac{V_{o1}}{V_i} = H_0 \frac{\frac{\omega_0}{Q} s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2}$$

F.P. Banda 2° orden

$$H_0 \frac{\frac{\omega_0}{Q} s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q} s + \omega_0^2} = \frac{-s/CR_1}{s^2 + s\frac{1}{CR_2} - \frac{V_c}{C^2 R_3 R_4 10}}$$

$V_c = -10$

$$H_0 = \frac{R_2}{R_1} = 1$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{-V_c}{10 R_3 R_4 C^2}}$$

$$Q = R_2 \sqrt{\frac{1}{R_3 R_4}}$$

$$BW_{-3db} = \frac{1}{CR_2}$$

$C = 15nF$

$R_2 = 21K$

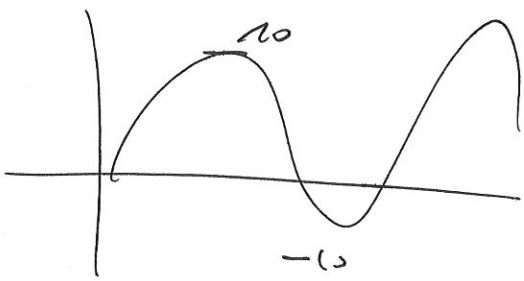
$$\frac{1}{CR_2 2\pi} = 500$$

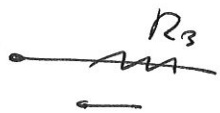
$$10\,KHz = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{-10}{10 R_3 R_4 C^2}}$$

$$(2\pi \cdot 10K)^2 \cdot C^2 = \frac{1}{R_3 R_4}$$

$R_3 R_4 = 1'125M$

$R_3 = R_4 = 1K$

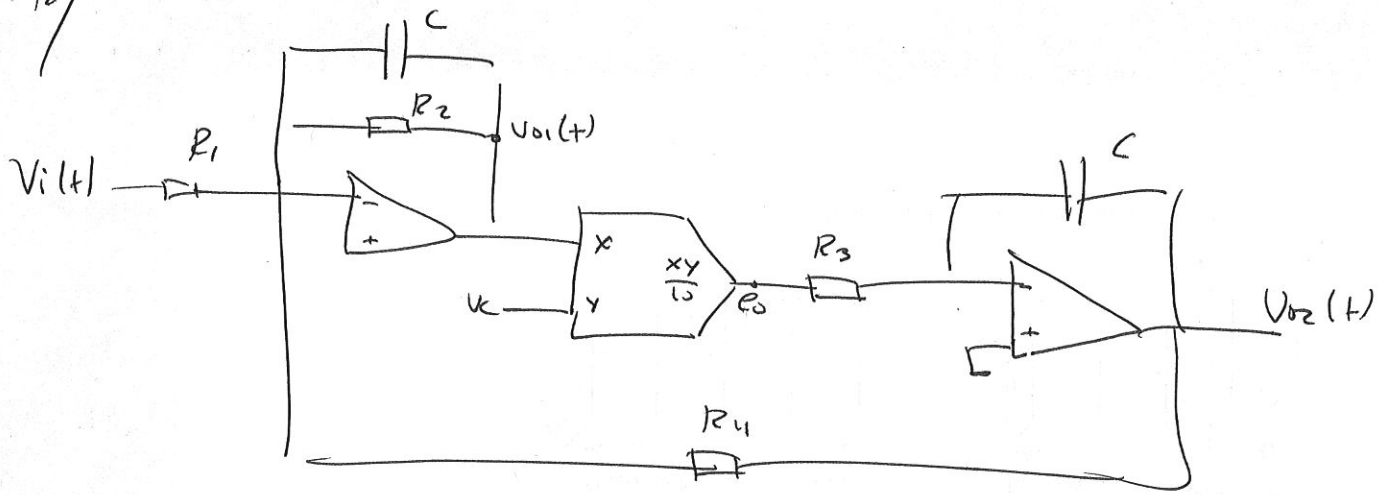




$$\frac{10}{R_3} = 100mA$$

$$sf = \frac{\omega_0}{V^{1/2}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10 R_3 R_4 C^2}} = \frac{1}{2\pi C\sqrt{10 R_3 R_4}} = 3162 \ Hz/\sqrt{V}$$

P2/



$$e_0 = \frac{V_{01}\cdot V_c}{10} \rightarrow V_{01} = \frac{10 e_0}{V_c} \qquad R_2 // \frac{1}{sC} = \frac{R_2 \frac{1}{sC}}{R_2 + \frac{1}{sC}} = \frac{R_2}{sCR_2+1}$$

$$V_{02} = \frac{-e_0}{sCR_3} \rightarrow e_0 = -sCR_3 V_{02}$$

$$\frac{V_i}{R_1} + \frac{V_{02}}{R_4} = -\frac{V_{01}}{R_2}\left(sCR_2+1\right)$$

$$\frac{V_i}{R_1} + \frac{V_{02}}{R_4} = \frac{-10 e_0}{V_c R_2}\left(sCR_2+1\right) = \frac{10 s CR_3 V_{02}}{V_c R_2}\left(sCR_2+1\right)$$

$$\frac{V_i}{R_1} = V_{02}\left(\frac{10 sCR_3}{V_c R_2}\left(sCR_2+1\right) - \frac{1}{R_4}\right)$$

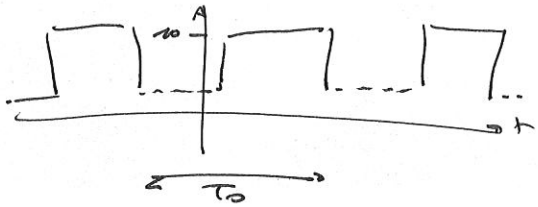
$$\frac{V_i}{R_1} = V_{02}\left(\frac{10 s CR_3\left(sCR_2+1\right)R_4 - V_c R_2}{V_c R_4 R_2}\right)$$

$$\frac{V_{02}}{V_i} = \frac{V_c R_4 R_2}{R_1\left(10 sC\left(sCR_2+1\right)R_3 R_4 - V_c R_2\right)} = \frac{V_c R_2 R_4}{R_1\left(10 s^2 C^2 R_2 R_3 R_4 + 10 s C R_3 R_4 - V_c R_2\right)}$$

$$= \frac{V_c/10 R_1 R_3 C^2}{s^2 + \frac{s}{R_2 C} - \frac{V_c}{10 R_3 R_4 C^2}} = \frac{R_4}{R_1}\,\frac{\frac{V_c}{10 R_4 R_3 C^2}}{s^2 + \frac{s}{R_2 C} - \frac{V_c}{10 R_3 R_4 C^2}} \quad ; \quad H_s' = \frac{R_4}{R_1}$$

P3/

Serie Fourier real



$$a_0 = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0/2} 10\, dt = \frac{10}{T_0}\,\frac{T_0}{2} = 5$$

$$a_1 = \frac{2}{T_0}\int_0^{T_0/2} 10 \cos\left(\frac{2\pi n t}{T_0}\right) dt = \frac{2}{T_0}\, 10\, \frac{T_0}{2\pi n}\left[\sin \frac{2\pi n t}{T_0}\right]_0^{T_0/n} =$$

$$= \frac{2}{T_0}\,\frac{10 T_0}{2\pi n}\left[\sin \frac{\pi n T_0}{T_0} - 0\right] = 0$$

$$b_n = \frac{2}{T_0}\int_0^{T_0/2} 10 \sin \frac{2\pi n t}{T_0}\, dt = \frac{2}{T_0}\,\frac{T_0}{2\pi n}\, 10\left[-\cos \frac{2\pi n t}{T_0}\right]_0^{T_0/2} =$$

$$= 10\left(-\cos \frac{2\pi n T_0}{2T_0} + \underbrace{\cos 0}_{1}\right) = \frac{10}{\pi n}\left(1 - \cos \pi n\right)$$

$$b_1 = \frac{10}{\pi}\left(1 - \underbrace{\cos \pi}_{-1}\right) = \frac{20}{\pi}$$

$$b_2 = \frac{10}{\pi 2}\left(1 - \cos 2\pi\right) = 0$$

$$b_3 = \frac{10}{\pi 3}\left(1 - \cos 3\pi\right) = \frac{10}{\pi}\cdot\frac{2}{3}$$

$$b_4 = 0$$

$$b_5 = \frac{10}{\pi 5}\left(1 - \cos 5\pi\right) = \frac{10}{\pi}\cdot\frac{2}{5} = \frac{4}{\pi}$$

$$b_6 = 0$$

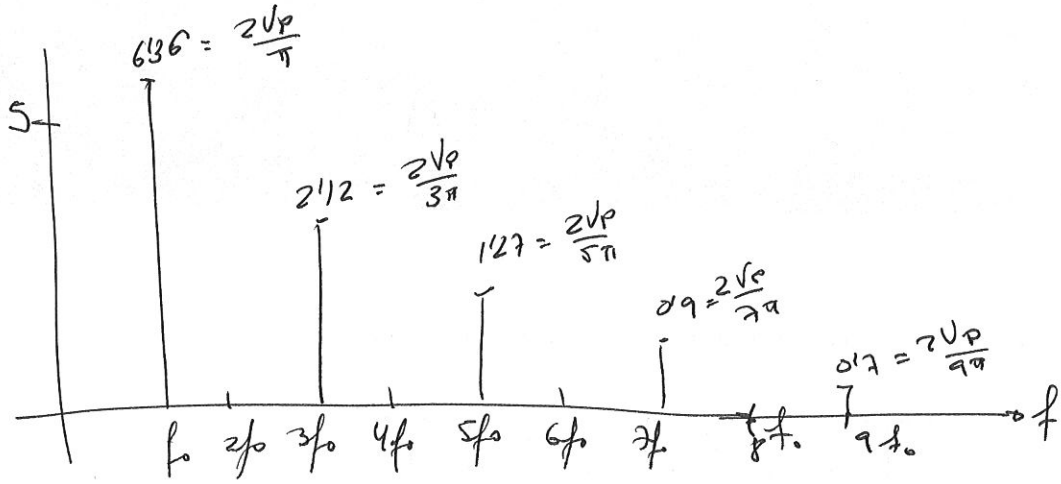
$$b_7 = \frac{10}{\pi 7}\left(1 - \cos 7\pi\right) = \frac{10}{\pi}\cdot\frac{2}{7}$$

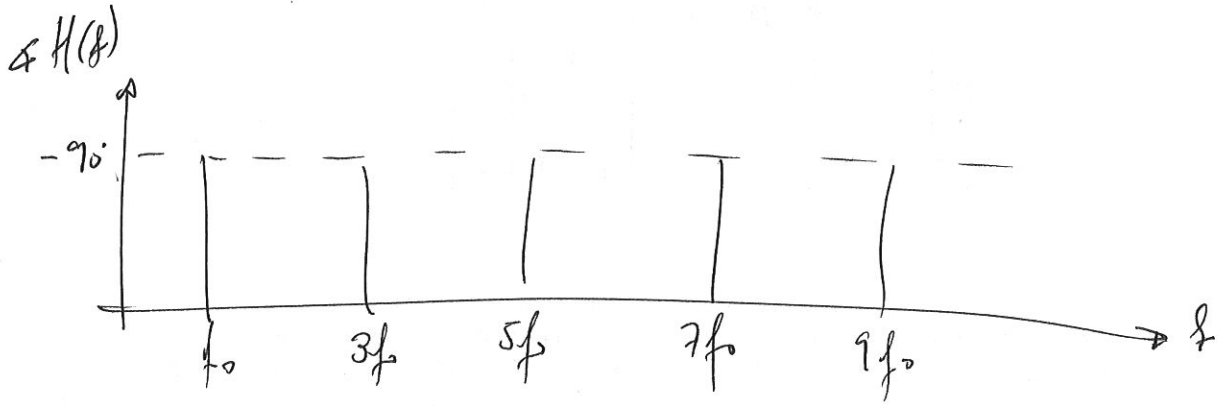
$$b_8 = 0$$

$$b_9 = \frac{10}{\pi}\cdot\frac{2}{9}$$

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left[\underbrace{a_n \cos(n\omega_0 t)}_{0} + b_n \sin(\underbrace{n\omega_0 t}_{2\pi n f_0 t})\right] =$$

$$= 5 + \frac{20}{\pi} \sin 2\pi f_0 t + \frac{20}{3\pi} \sin 6\pi f_0 t$$





$$V_c = -(14\pi f_0)^2 \, 10 R_3 R_4 C^2 = -4'89\,V = -5\,V$$

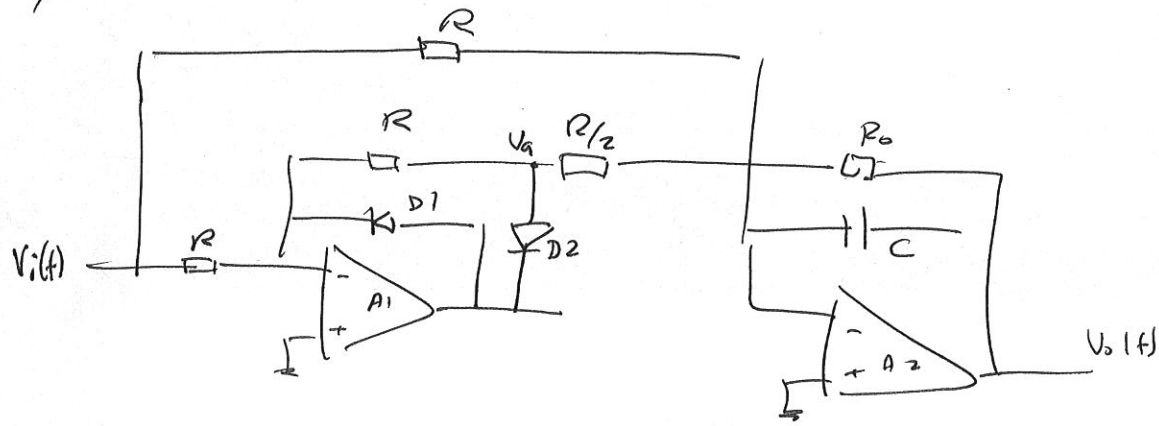
Pel 7º armònic

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{-V_c}{10 R_3 R_4 C^2}}$$

$$7 f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{-V_c}{10 R_3 R_4 C^2}}$$

$$\left.\begin{array}{l} f_0 = 1\,kHz \\ C = 1\,nF \\ R_3 = 6K2 \\ R_4 = 40K8 \end{array}\right\}$$ rectificar a valors propis

P4/



$$\frac{V_i}{R} + \frac{V_a \cdot 2}{R} = -\frac{V_o\,(sCR_o+1)}{R_o}$$

$$V_o = -\frac{R_o}{sCR_o+1}\left(\frac{V_i}{R} + \frac{V_a\,2}{R}\right)$$

$$V_o = \frac{-R_o}{sCR_o+1}\left(\frac{V_i}{R}\right)$$

$$V_o = \frac{\frac{1}{CR}\cdot V_i}{s+\frac{1}{CR_o}}$$

$$Z_1 = R_o \,//\, \frac{1}{sC} = \frac{R_o\,\frac{1}{sC}}{R_o + \frac{1}{sC}} = \frac{R_o}{s(CR_o+1)}$$

Vi positiv

$$\frac{V_i}{R} = -\frac{V_a}{R}$$

$$V_a = -V_i \begin{cases} D1 \text{ off} & V^- > V_{o1} \\ D2 \text{ on} & V_a > V_{o1} \end{cases}$$

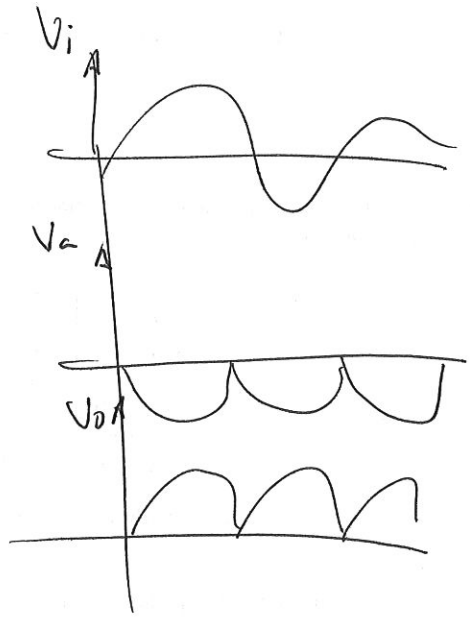
Vi negativo

$$-V_a = -V_i \begin{cases} D1 \text{ on} \\ D2 \text{ off} \end{cases}$$

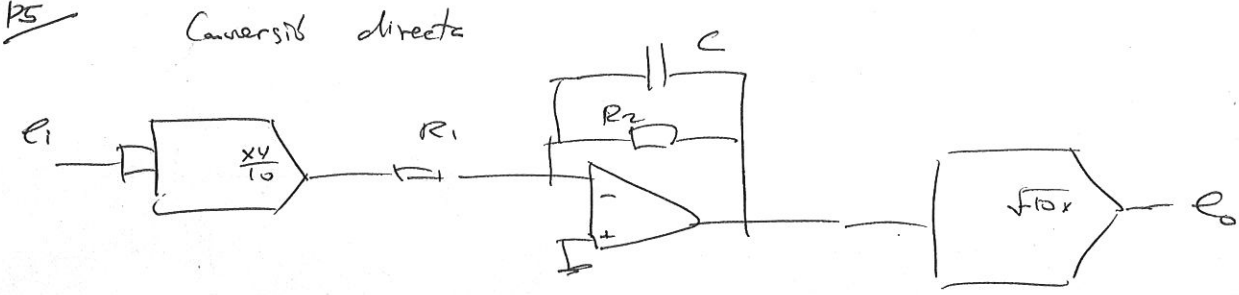
$$\underbrace{\begin{matrix} R = R_o & T = \frac{2\pi}{\omega} \\ \omega_0 = \frac{1}{CR} & \omega = 2\pi f \end{matrix}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi RC} = 20\,Hz$$

$$RC = 8\cdot 10^{-3} \begin{cases} R = 36\,k \\ C = 220\,nF \end{cases}$$



P5 Conversió directa



$$e_o = \sqrt{e_i^{\,2} + \text{tensió d'error}}$$

a/

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v_i^2(t)\,dt} = \frac{V_p}{\sqrt{2}}$$

Procesat: $V_m = \frac{2V_p}{\pi} \longrightarrow V_{rms} = \frac{2V_p}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = \frac{V_p}{\sqrt{2}}$

error = 0

b/ $$V^2_{rms} = \frac{A^2}{T_0}\left[\frac{t}{2} - \frac{\sin\left(\frac{4\pi t}{8\pi/T_0}\right)}{8\pi/T_0}\right]_0^{T_0/2} =$$

$$= \frac{A^2}{T_0} \cdot \left(\frac{T_0}{4} - T_0 \cdot \frac{\sin 2\pi}{8\pi}\right) = \frac{A^2}{4}$$

$$V^2_{rms} = \frac{A^2}{T_0}\int_0^{T_0} \sin^2\left(\frac{2\pi t}{T_0}\right) dt$$

$\longrightarrow V_{rms} = \frac{A}{2}$

Procesat $\rightarrow V_m = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0/2} V_p \cdot \sin(2\pi t/T_0)\,dt =$

$$= \frac{V_p}{2}\left[-\cos(2\pi t/T_0)\right]_0^{T_0/2} = \frac{V_p}{\pi}$$

$$V_{rms}\ \text{real} = \frac{V_p}{\pi} \cdot \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = \frac{V_p}{2\sqrt{2}}$$

$$\text{error} = \frac{V_p/2 - V_p/2\sqrt{2}}{V_p/2} \cdot 100 = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \cdot 100 = 29'26$$

c) $$V_{rms} = \sqrt{\frac{4V_p^2}{2\pi}\int_0^{\pi/2} \frac{4t}{\pi^2}\,dt} = \frac{V_p}{\sqrt{3}}$$

$$V_m = \frac{4V_p}{2\pi}\int_0^{\pi/2} \frac{2t}{\pi}\,dt = \frac{V_p}{2}$$

$$V_{rms} = \frac{V_p}{2}\cdot\frac{\pi}{2\sqrt{2}} = \frac{\pi V_p}{4\sqrt{2}}$$

$$\text{error} = \frac{V_p/\sqrt{3} - \pi V_p/4\sqrt{2}}{V_p/\sqrt{3}}\cdot 100 = 3'8\,\%$$

d/ $$V_{rms}^2 = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0/2} V_p\,dt + \frac{1}{T_0}\int_{T_0/2}^{T_0} -V_p\,dt =$$

$$= \frac{1}{T_0}\cdot\frac{V_p T_0}{2} + \frac{1}{T_0}\left(-V_p T_0 + V_p\frac{T_0}{2}\right) = \frac{V_p}{2} - V_p + \frac{V_p}{2} = 0$$

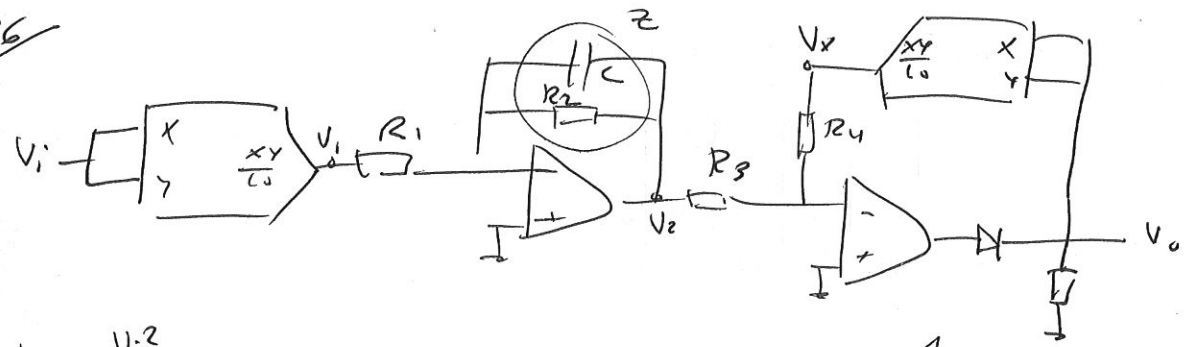
$$V_m = \frac{V_p}{2}$$

$$V_{rms} = \frac{V_p}{2}\cdot\frac{\pi}{2\sqrt{2}} = \frac{\pi V_p}{4\sqrt{2}}$$

$$\text{error} = 3'8\,\%$$

$$\text{error} = \frac{V_p - \frac{\pi V_p}{2\sqrt{2}}}{V_p} = 1 - \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 11'07\,\%$$

P6



$$V_1 = \frac{V_i^2}{10}$$

$$Z = R_2 \,//\, \frac{1}{sC} = \frac{R_2\cdot\frac{1}{sC}}{R_2 + \frac{1}{sC}} = \frac{R_2}{1 + sCR_2}$$

$$\frac{V_1}{R_1} = \frac{-V_2(1+sCR_2)}{R_2} \qquad V_x = \frac{V_o^2}{10}$$

$$V_2 = \frac{-V_1 \cdot R_2}{R_1(1+sCR_2)} = \frac{-V_i^2}{10} \cdot \frac{R_2}{R_1(1+sCR_2)}$$

$$\frac{V_2}{V_3} = -\frac{V_x}{R_4}$$

$$V_x = -\frac{V_2 R_4}{R_3} = \frac{V_i^2}{10} \cdot \frac{R_2}{R_1(1+sCR_2)} \cdot \frac{R_4}{R_3}$$

$$\frac{V_o^2}{\cancel{10}} = \frac{V_i^2}{\cancel{10}} \cdot \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{(1+sCR_2)} \frac{R_4}{R_3}$$

$$V_o = V_i \sqrt{\frac{R_2 R_4}{R_1 R_3 (1+sCR_2)}}$$

$$V_o = V_i \sqrt{\frac{R_2 R_4}{R_1 R_3 + sCR_1R_2R_3}} = V_i \sqrt{\frac{R_4/R_1R_3C}{\frac{1}{CR_2} + s}}$$

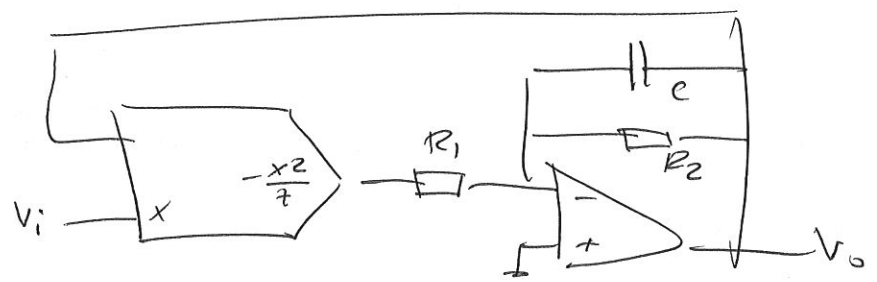
$$\frac{R_4}{R_1 R_3} = \frac{1}{R_2} \qquad W_o = \frac{1}{CR_2} = 2\pi f = 2\pi \cdot 20\,Hz$$

$$R_4 R_2 = R_1 R_3 \qquad CR_2 = 8 \cdot 10^{-3} \begin{cases} R_2 = 36K \\ C = 220nF \end{cases}$$

$$R_1 = R_2 = 36K$$

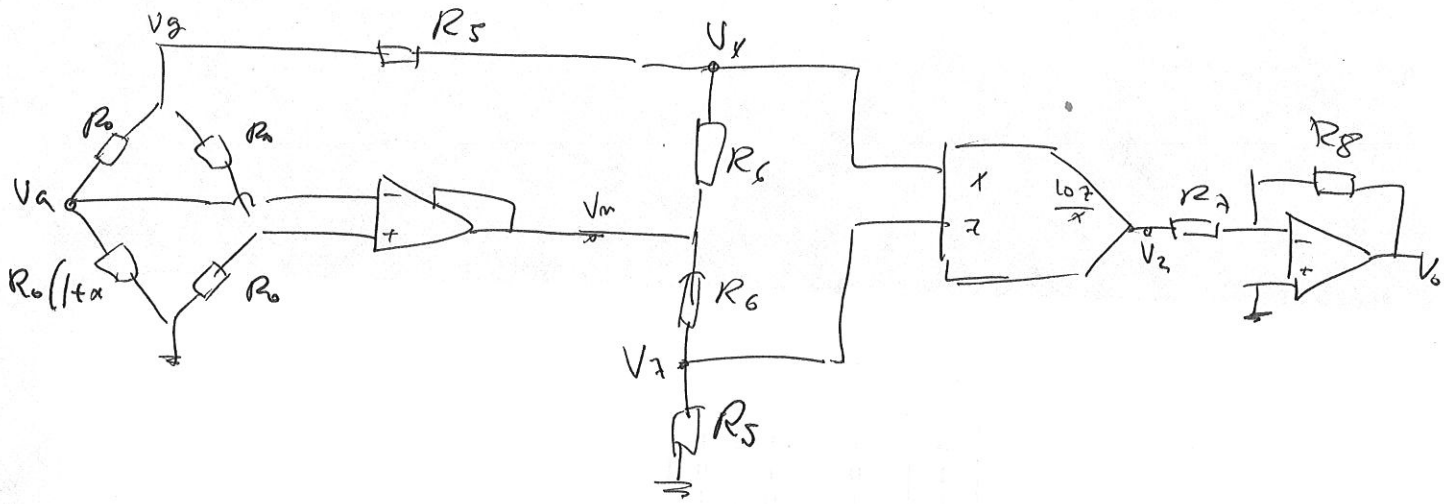
$$R_3 = R_4 = 10K$$

Convertidor implícit



$$V_o = \sqrt{\overline{V_i^2}}$$

P7



$$V_a = \frac{V_g \, R_0(1+x)}{R_0 + R_0(1+x)} = \frac{V_g(1+x)}{2+x}$$

$$V_x = \frac{V_g R_6}{R_5+R_6} + \frac{V_m R_5}{R_5+R_6}$$

$$V_b = \frac{V_g \cdot R_0}{2R_0} = \frac{V_g}{2}$$

$$V_7 = \frac{V_m R_5}{R_5+R_6}$$

$$V_m = G(V_b - V_a) = G\left(\frac{V_g}{2} - \frac{V_g(1+x)}{2+x}\right) =$$

$$= G V_g \left(\frac{2+x-(1+x)2}{2(2+x)}\right) = G \cdot V_g \frac{-x}{2(2+x)}$$

$$V_2 = \frac{10 V_7}{V_x} = 10 \frac{\dfrac{V_m R_5}{R_5+R_6}}{\dfrac{V_g R_6 + V_m R_5}{R_5+R_6}} = \frac{10 R_5 V_m}{V_g R_6 + V_m R_5}$$

$$V_o = \frac{-R_8}{R_7} V_2 = \frac{-R_8}{R_7} \frac{10 R_5 V_m}{V_g R_6 + V_m R_5} = \frac{R_8}{R_7} \cdot \frac{10 R_5 \dfrac{G V_g x}{2(2+x)}}{V_g R_6 - \dfrac{G V_g x}{2(2+x)} R_5} =$$

$$= \frac{R_8}{R_7} \cdot \frac{10 R_5 G x}{2R_6(2+x) - G x R_5} = 10x$$

$$\boxed{\begin{array}{l} G = 1 \\ V_o = 10x \end{array}}$$

$$10x = \frac{R_8}{R_7} \cdot \frac{10 R_5 x}{2R_6(2+x) - x G R_5}$$

$$\cancel{10}\, R_7 \left[2R_6(2+x) - xGR_5\right] = \cancel{10}\, R_5 R_8 x$$

$$2R_6 x + 4R_6 - xGR_5 = \frac{R_5 R_8}{R_7}$$

$$\underline{R_8 = 2R_7} \longrightarrow 2R_6 x + 4R_6 - xGR_5 = 2R_5$$

$$2R_6 \cancel{(x+2)} = R_5 \cancel{(2+x)}$$

$$\underline{R_5 = 2R_6}$$

P8/

$$V_x = \frac{V_g R_6}{R_5+R_6} + \frac{V_m R_5}{R_5+R_6} \qquad V_m = -\frac{GV_g x}{4} \qquad G=-1$$

$$\boxed{\begin{array}{l} R_5 = 2R_6 \\ R_8 = 2R_7 \end{array}}$$

$$V_z = \frac{V_m R_5}{R_5+R_6}$$

$$V_x = \frac{V_g R_6}{R_5+R_6} - \frac{V_g x R_5}{2(R_5+R_6)(2+x)} = V_g \frac{2R_6(2+x) - xR_5}{2(R_5+R_6)(2+x)}$$

$$V_z = \frac{-V_g x R_5}{2(R_5+R_6)(2+x)}$$

$$V_x = V_g \frac{2R_6(2+x) - xR_6 \cdot 2}{2(2R_6+R_6)(2+x)} = V_g \frac{4}{6(2+x)}$$

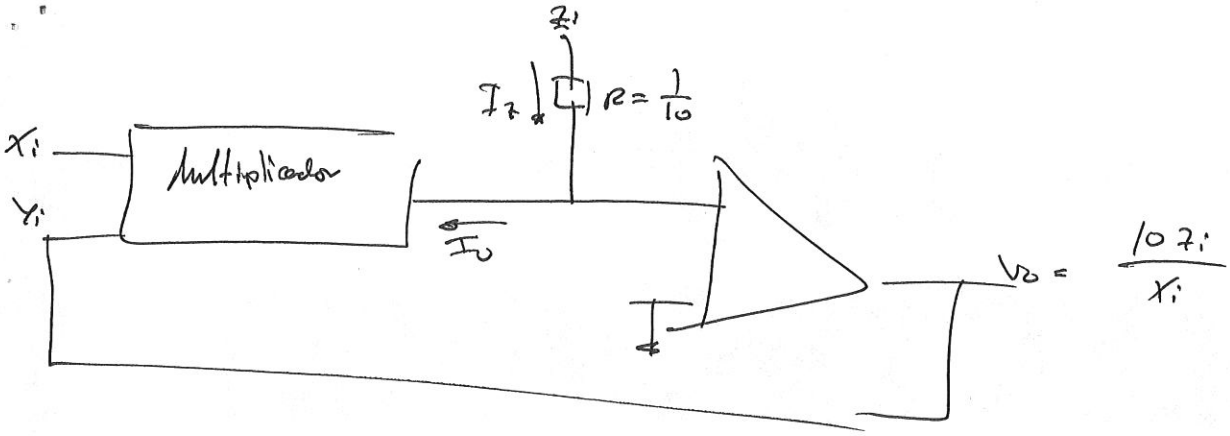
Si $x=1 \longrightarrow V_x = \frac{2}{9} V_g$

Si $x=-1 \longrightarrow V_x = \frac{2}{3} V_g$ $\qquad \frac{2}{9} V_g < V_x < \frac{2}{3} V_g$

$$V_z = \frac{-V_g x R_5}{2(R_5+R_6)(2+x)} = \frac{-V_g x \cancel{2} R_6}{\cancel{2}(2R_6+R_6)(2+x)} = \frac{-V_g x}{3(2+x)}$$

Si $x=1 \longrightarrow V_z = -\frac{V_g}{9}$

Si $x=-1 \longrightarrow V_z = -\frac{V_g}{3}$ $\qquad -\frac{V_g}{9} < V_z < -\frac{V_g}{3}$

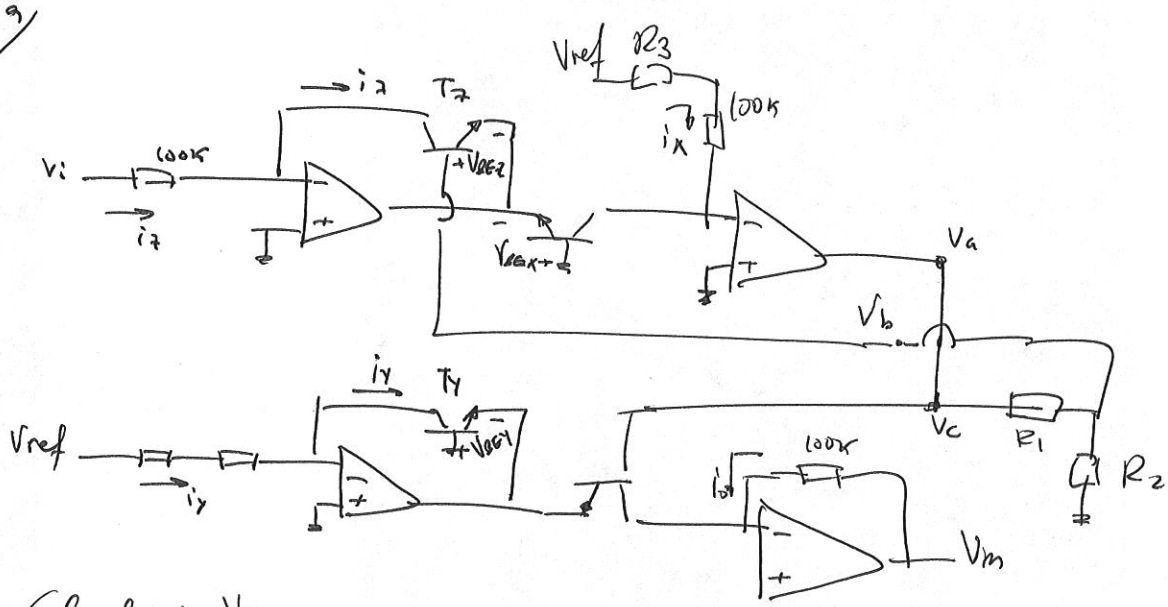


$$I_o = X_i \cdot Y_i = \frac{Z_i}{R} = 10 Z_i$$

$$Y_i = \frac{10 Z_i}{X_i}$$

$$V_o = \frac{10 Z_i}{X_i}$$

pg



Calcul de V_B

$$V_{BEz} = V_T \ln \frac{i_z}{I_S}$$

$$V_{BEx} = V_T \ln \frac{i_x}{I_S}$$

$$V_b = V_{BEz} - V_{BEx} = V_T \ln \frac{i_z}{i_x}$$

Calcul de V_c

$$V_{BEy} = V_T \ln \frac{i_y}{I_S}$$

$$V_{BEo} = V_T \ln \frac{i_o}{I_S}$$

$$V_c = V_{BEo} - V_{BEy} = V_T \ln \frac{i_o}{i_y}$$

$$V_B = \frac{V_c R_2}{R_1 + R_2}$$

$$i_z = \frac{V_i}{100K} \qquad i_y = \frac{V_{ref}}{R_4 + 90K}$$

$$i_x = \frac{V_{ref}}{R_3 + 100K} \qquad i_o = \frac{V_m}{100K}$$

$$\cancel{V_T} \ln \frac{i_z}{i_x} = \underbrace{\frac{R_L}{R_1+R_2}}_{1/m} \cancel{V_T} \ln \frac{i_o}{i_y}$$

$m > 1$

$$m = \frac{R_1+R_2}{R_2}$$

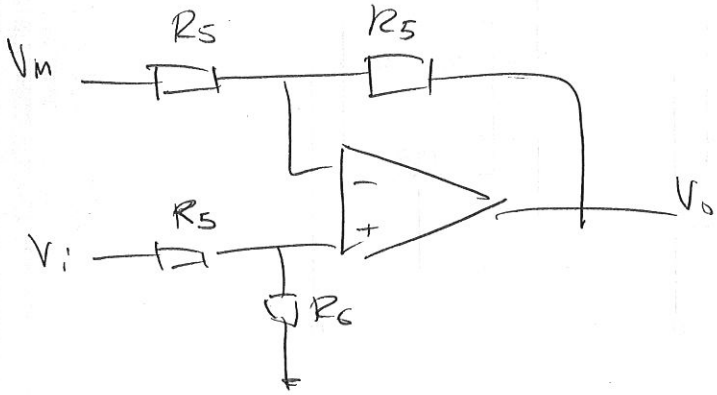
$$\frac{i_z}{i_x} = \left(\frac{i_o}{i_y}\right)^{1/m}$$

$$i_o^{1/m} = (i_y)^{1/m} \cdot \frac{i_z}{i_x}$$

$$i_o = i_y \left(\frac{i_z}{i_x}\right)^m$$

$$\frac{V_m}{100k} = \frac{V_{ref}}{R_4+90k} \cdot \left(\frac{V_i/100k}{V_{ref}/R_3+100k}\right)^m$$

$$V_m = \frac{100k}{R_4+90k} V_{ref} \left(\frac{V_i}{V_{ref}} \cdot \frac{R_3+100k}{100k}\right)^m$$



$$V^+ = \frac{V_i R_6}{R_5+R_6} \qquad \frac{V_m - V^+}{R_5} = \frac{V^+ - V_o}{R_5}$$

$$V_o = 2V^+ - V_m$$

$\underline{V_{ref} = 15V}$

$$V_o = \frac{2V_i R_6}{R_5+R_6} - \frac{100k}{R_4+90k} V_{ref} \left(\frac{V_i}{V_{ref}} \cdot \frac{R_3+100k}{100k}\right)^m$$

$$V_o = \frac{2V_i R_6}{R_5+R_6} - \frac{1.5M}{R_4+90k} \left(V_i \left(\frac{R_3+100k}{1.5M}\right)\right)^m$$

$$V_o = \frac{2 V_i R_6}{R_5 + R_6} - \frac{1'5M}{R_4 + 90K}\left(V_i \frac{R_3 + 100K}{1'5M}\right)^m = 1'5708\, V_i - 1'5924\left(\frac{V_i}{6'366}\right)^{2'827}$$

$$\frac{2R_6}{R_5 + R_6} = 1'5708$$

$$2R_6 = 1'5708\,(R_5 + R_6)$$

$$R_6\,(2 - 1'5708) = 1'5708\, R_5 \qquad \underline{R_6 = 3'659 R_5} \qquad \begin{cases} R_5 = 10K \\ R_6 = 36'6K \end{cases}$$

$$\frac{1'5M}{R_4 + 90K} = 1'5924 \rightarrow \frac{1'5M}{1'5924} = R_4 + 90K \qquad \underline{R_4 = 851'97K} \approx 845K$$

$$6'366 = \frac{1'5M}{R_3 + 100K} \rightarrow R_3 + 100K = \frac{1'5M}{6'366} \qquad \underline{R_3 = 135'62K} \approx 137K$$

$$\frac{R_1 + R_2}{R_2} = 2'827$$

$$R_1 = R_2\,(-1 + 2'827)$$

$$\underline{R_1 = 1'827 R_2} \qquad \begin{cases} R_1 = 93'1\ K\Omega \\ R_2 = 51'1\ K\Omega \end{cases}$$

P10/

$S_I = 1\,V/A_{rms}$ $\qquad V_y = S_I \cdot I_{L\,ef}$ $\qquad V_S = S_S \cdot P_{aparent}$

$S_V = \frac{1}{22}\,V/V_{rms}$ $\qquad V_x = S_V\, V_{L\,ef}$ $\qquad V_P = S_P \cdot P_{activa}$

$S_P = \frac{1}{220}\,V/W$

$S_S = \frac{1}{220}\,V/VA$ $\qquad V_{FP} = S_\varphi\, FP = S_\varphi \cdot \cos\varphi$

$S_\varphi = 10V$

Voltímetre

$R_3 + R_4 = 10M$

$$V_X = \frac{R_4}{R_3+R_4} V_L$$

$$10 = \frac{R_4}{R_3+R_4} \cdot 220\sqrt{2}$$

$$10 = \frac{R_4}{10 \cdot 10^6} \cdot 220\sqrt{2} \qquad R_4 = \frac{10 \cdot 10 \cdot 10^6}{220\sqrt{2}} = \underline{321'4\ k}$$

$$R_3 = 10M - R_4 = \underline{9'67\ M\Omega}$$

Amperímetre

$R_s = 0'1$

$$R_s \frac{(R_2+R_1)}{R_1} \cdot 10\sqrt{2} = 10$$

$$\frac{R_2+R_1}{R_1} = \frac{10}{10\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{0'1} = 7'071 \qquad \underline{R_2 = 6'074\ R_1}$$

Pot. activa

$$V_p = 2 \frac{R_5+R_6}{R_5} \frac{R_4}{R_3+R_4} R_s \frac{R_2+R_1}{R_1} \quad E_{rms} \quad I_{rms} \quad \cos\theta_z$$

$R_8 = 1590\ K \qquad R_6 = 1900\ k\Omega \qquad C_1 = 100\ nF$

$$V_b(s) = \frac{R_7 C_2 s}{R_7 C_2 s + 1} V_a(s) \qquad R_7 = 72'268\ k\Omega$$

$C_2 = 100nF$

$$V_2 = 2 \frac{R_8}{R_7} \cdot \frac{R_4}{R_3+R_4} \cdot R_s \cdot \frac{R_2+R_1}{R_1} \quad E_{rms} \quad I_{rms}$$

$R_8 = 1'590\ k\Omega$

$$V_0 = \frac{R_5+R_6}{R_5} \cdot \frac{R_7}{R_8} \cdot \cos\theta_z$$